УДК 624.04

УЧЁТ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЁСТКОСТИ В МЕТОДЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Бекирова М.М., *к.т.н., доцент,* **Орлов А.Н.,** *к.т.н., доцент*

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса

Как известно, в методе перемещений основная система получена из заданной путём наложения дополнительных связей, препятствующих угловым и линейным перемещениям узлов. Для «n» раз кинематически неопределённой системы канонических уравнений

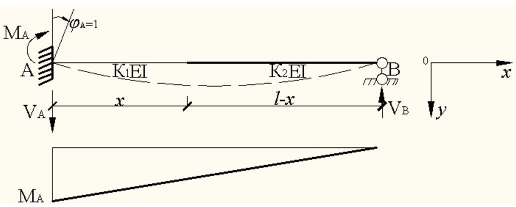
$$\begin{cases} r_{11}z_1 + r_{12}z_2 + \ldots + r_{1n}z_n + R_{1p} = 0 \\ r_{21}z_1 + r_{22}z_2 + \ldots + r_{2n}z_n + R_{2p} = 0 \\ - \ - \ - \ - \ - \ - \ - \ - \ - \\ r_{n1}z_1 + r_{n2}z_2 + \ldots + r_{nn}z_n + R_{np} = 0 \end{cases}$$

отрицает наличие реактивных усилий в наложенных связях в основной системе.

Основная система, по сути, представляет собой совокупность стержней двух видов: стержень с двумя заделками по концам и стержень с заделкой на одном конце и шарнирным опиранием на другом.

При построении эпюр изгибающих моментов от $z_i = 1$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) и внешней нагрузки (P, q и т.д.) в основной системе, что необходимо для вычисления коэффициентов r_{ij} и свободных членов R_{ip}, используются готовые решения, описывающие напряжённое состояние (реакции, изгибающие моменты, поперечные силы) в выше указанных стержнях двух видов при основных деформативных и силовых воздействиях[1]. Однако, все эти решения получены для стержней с постоянной изгибной жёсткостью по длине.

Ниже приведены окончательные результаты, описывающие напряженные состояния элементов основной системы с различными жёсткостями на двух участках, граница участков подвижна ($0 \leq x < \ell$). Приведены решения для основных, с точки зрения практических расчётов, деформативных и силовых воздействий.

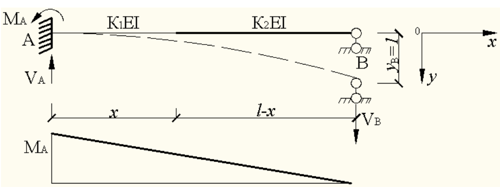


$$M_A = \frac{3EI}{l} \cdot \alpha$$

$$V_A = V_B = \frac{3EI}{l^2} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{K_2}{K - (K-1)(1-\xi)^3};$$

$$K = \frac{K_2}{K_1}, \ \xi = \frac{x}{l}$$

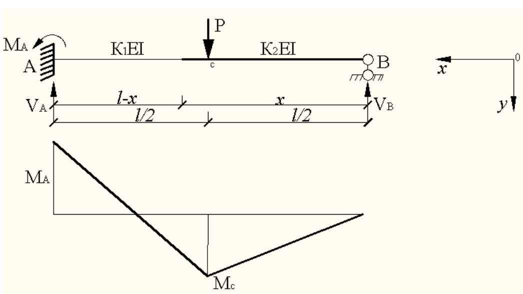


$$M_A = \frac{3EI}{l^2} \cdot \alpha$$

$$V_A = V_B = \frac{3EI}{l^3} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{K_2}{K - (K-1)(1-\xi)^3};$$

$$K = \frac{K_2}{K_1}, \ \xi = \frac{x}{l}$$



$$M_A = \frac{5}{16} Pl\left(1{,}6 - \alpha\right);$$

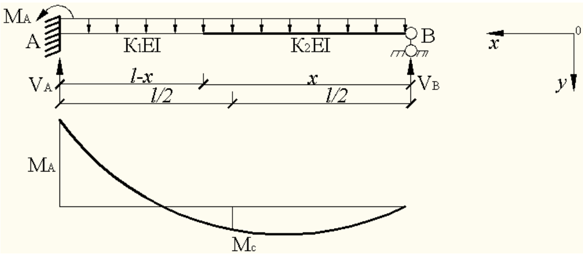
$$M_c = \frac{5}{32} Pl\alpha$$

$$V_A = \frac{5}{16} P\left(3{,}2 - \alpha\right);$$

$$V_B = \frac{5}{16} P\alpha$$

$$K = \frac{K_2}{K_1}, \ \xi = \frac{x}{l}$$

$$\alpha=\begin{cases}\dfrac{1}{1+(K-1)\xi^3},(0\le\xi\le 0,5)\\[2ex] \dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{K(2\xi-1)^2(4\xi+1)+4\left(1+3\xi^3-4\xi^3\right)}{1+(K-1)\xi^3},\end{cases}\quad(0,5\le\xi\le 1)$$



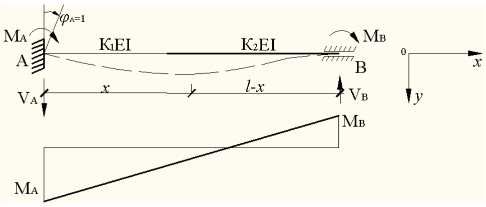
$$M_A=\frac{ql^2}{8}(3\alpha-4);$$

$$M_c=\frac{ql^2}{16}(3\alpha-2)$$

$$V_A=\frac{ql}{8}(8-3\alpha);$$

$$V_B=\frac{3ql}{8}\alpha$$

$$\alpha=\frac{1+(K-1)\xi^4}{1+(K-1)\xi^3},\qquad K=\frac{K_2}{K_1},\ \xi=\frac{x}{l}$$



$$M_A=\frac{4EI}{l}\alpha_1,\ M_B=\frac{2EI}{l}\alpha_3$$

$$V_A=V_B=\frac{6EI}{l^2}\alpha_2$$

$$K=\frac{K_2}{K_1},\ \xi=\frac{x}{l}$$

$$\alpha_1=\frac{K_2\left[1+(K-1)\xi^3\right]}{\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2+4(K-1)(1-\xi)^2\xi}$$

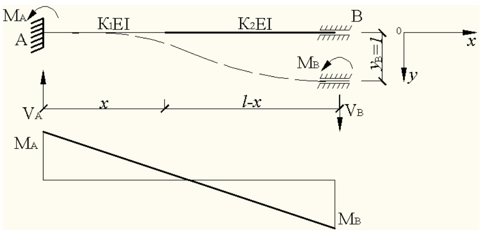
$$\alpha_2=\frac{K_2\left[1+(K-1)\xi^2\right]}{\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2+4(K-1)(1-\xi)^2\xi}$$

$$\alpha_3=3\alpha_1-2\alpha_2$$

$$M_A=\frac{6EI}{l^2}\alpha_2,\ M_B=\frac{6EI}{l^2}\alpha_5$$

$$V_A=V_B=\frac{12EI}{l^3}\alpha_4$$

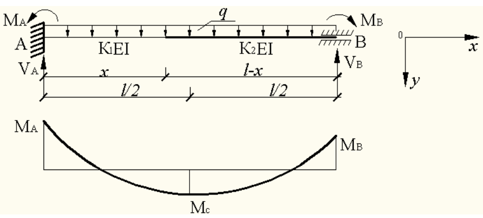
$$K=\frac{K_2}{K_1},\ \xi=\frac{x}{l}$$



$$\alpha_4=\frac{K_2\left[1+(K-1)\xi\right]}{\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2+4(K-1)(1-\xi)^2\xi}$$

$$\alpha_5=2\alpha_4-\alpha_2$$

α_2 ñì î òðè ï ðåäû äóù èé ñëó÷àé.



$$M_A=\frac{ql^2}{12}\alpha_2;$$

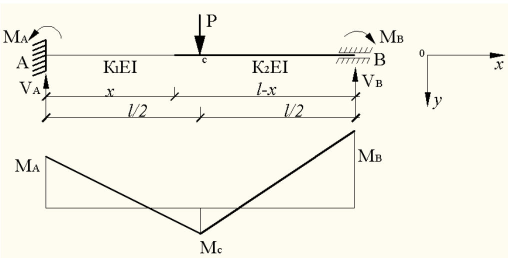
$$M_B=\frac{ql^2}{12}\left[6(1-\alpha_2)+\alpha_2\right]$$

$$M_c=\frac{ql^2}{12}(3\alpha_1-\alpha_2-1,5)$$

$$V_A = \frac{ql}{2}\alpha_1;\ V_B = \frac{ql}{2}\left(2-\alpha_1\right) \qquad K = \frac{K_2}{K_1},\ \xi = \frac{x}{l}$$

$$\alpha_1 = \frac{3\left[1+(K-1)\xi\right]\left[1+(K-1)\xi^4\right] - 2\left[1+(K-1)\xi^2\right]\left[1+(K-1)\xi^3\right]}{4\left[1+(K-1)\xi\right]\left[1+(K-1)\xi^3\right] - 3\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2}$$

$$\alpha_2 = \frac{9\left[1+(K-1)\xi^2\right]\left[1+(K-1)\xi^4\right] - 8\left[1+(K-1)\xi^3\right]^2}{4\left[1+(K-1)\xi\right]\left[1+(K-1)\xi^3\right] - 3\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2}$$



$$M_A = \frac{Pl}{8}\alpha_2,$$

$$M_B = \frac{Pl}{8}\left[\alpha_2 + 4\left(1-\alpha_1\right)\right]$$

$$M_c = \frac{Pl}{8}\left(2\alpha_1 - \alpha_2\right)$$

$$V_A = \frac{P}{2}\alpha_1,\ V_B = \frac{P}{2}\left(2-\alpha_1\right)$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} \dfrac{0,5\left[2+(K-1)(5-3\xi)\xi\right]}{\left[1-(K-1)\xi^2\right]^2 + 4(K-1)\left(1-\xi^2\right)\xi}, & (0 \le \xi \le 0,5) \\[2ex] \dfrac{\left[2,5K - 2(K-1)\left(1+3\xi^2-4\xi^3\right)\right]\left[1+(K-1)\xi^2\right] - 1,5\left[K-4(K-1)(1-\xi)\xi\right]\left[1+(K-1)\xi^2\right]}{\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2 + 4(K-1)(1-\xi)^2\xi}, & (0,5 \le \xi \le 1) \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} \dfrac{1+(K-1)(5-4\xi)\xi^2}{\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2 + 4(K-1)\left(1-\xi^2\right)\xi}, & (0 \le \xi \le 0,5) \\[2ex] \dfrac{\left[5K - 4(K-1)\left(1+3\xi^2-4\xi^3\right)\right]\left[1+(K-1)\xi^2\right] - 4\left[K-4(K-1)(1-\xi)\xi\right]\left[1+(K-1)\xi^3\right]}{\left[1+(K-1)\xi^2\right]^2 + 4(K-1)(1-\xi)^2\xi}, & (0,5 \le \xi \le 1) \end{cases}$$

Функции α, корректирующие величины реактивных усилий в элементах основной системы метода перемещений за счёт переменной жесткости получены при решении дифференциального уравнения упругой оси стержня с переменной жесткостью с учётом соответствующих граничных условий [2].

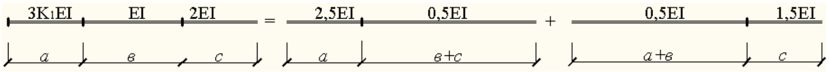
Все решения, определяющие напряженные состояния стержней при деформативных и силовых воздействиях представлены в виде произведения соответствующих решений для стержней с постоянной жесткостью EI на соответствующие корректирующие значения функций α при конкретных значениях K_1 и K_2, а также ξ и $l-\xi$, учитывающих численное соотношение жесткостей и длин участков распределения.

Выводы

1. Полученные результаты позволяют выполнять расчеты стержневых систем с переменными жесткостями методом перемещений напрямую без использования основной системы с постоянными жесткостями по длинам, что приводит к резкому увеличению неизвестных.

2. Широкое варьирование величин K_1 и K_2 с одной стороны и ξ и $l-\xi$ с другой позволяют получать решения для многих случаев.

3. Путем линейной комбинации решений для двух стержней с переменными жесткостями (два участка) можно получать решения для стержней с тремя участками с различными жесткостями, так например



SUMMARY

An accompanying material allouw to calculate the structures by method of displacement with the stepwise variable rigidity.

Литература

1. Киселев В.А. Строительная механика общий курс М.,Строиздат, 1986.
2. Киселев В.А. Строительная механика. Специальный курс. М, Стройиздат, 1980.