

К ВОПРОСУ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ГРУНТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Матус Ю.В., Кушак С.И., Кушнирева А.А. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

Приведена методика аналитической обработки результатов лабораторных испытаний по стандартному уплотнению грунтов.

Максимальная плотность скелета грунта – сухого грунта и оптимальная влажность – показатели, которые используются при назначении требуемой плотности грунтов, а также при контроле влажности уплотняемых грунтов и качества уплотнения их в земляных сооружениях и основаниях зданий и сооружений.

Максимальную плотность скелета глинистых, песчаных и гравийных грунтов и оптимальную их влажность определяют в соответствии с ГОСТ 22733-77 [1] лабораторным методом с использованием прибора Союздорнии для стандартного уплотнения грунтов. По полученным в результате испытаний значениям плотности и влажности уплотненных образцов грунта строят график зависимости плотности скелета от влажности грунта, на котором графически устанавливают максимум полученной зависимости и соответствующие ему значения максимальной плотности и оптимальной влажности.

В статье впервые предлагается методика определения рассматриваемых показателей на основе аналитической обработки результатов испытаний.

В соответствии с видом экспериментального графика зависимости плотности сухого грунта от влажности $\rho_d = f(w)$, выбираем вид формулы – уравнение квадратной параболы с вертикальной осью ([2], С. 211)

$$y = ax^2 + bx + c. \quad (1)$$

Известно, что при $a < 0$ парабола обращена вершиной вверх (что соответствует рассматриваемому случаю). Координаты вершины определяются из выражений

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; \quad (2)$$

и

$$y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}. \quad (3)$$

Способ проверки предложения о том, будет ли подходить для данного ряда, экспериментальных значений зависимость вида

$$y = ax^2 + bx + c$$

состоит в следующем.

Выбираем некоторую точку 1 на экспериментальной кривой с некоторыми координатами x_1 и y_1 , для которой будет верно

$$y_1 = ax_1^2 + bx_1 + c.$$

Тогда можно написать

$$y - y_1 = a(x^2 - x_1^2) + b(x - x_1).$$

Разделив обе части уравнения на $x - x_1$, получим

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = a(x - x_1) + b,$$

или

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = (b + ax_1) + ax.$$

Принимаем, что

$$b + ax_1 = b_1. \quad (4)$$

Тогда

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = b_1 + ax. \quad (5)$$

Отметим, что получено уравнение первого порядка относительно x и $\frac{y - y_1}{x - x_1}$.

Если при построении линии графика зависимости $\frac{y - y_1}{x - x_1}$ от x получим прямую, то это будет свидетельством того, что опытные данные удовлетворяют уравнению параболы, обращенной выпуклостью в на-

правлении положительных u -ков.

Рассмотрим методику аналитического определения w_{opt} и $\rho_{d, \max}$ на конкретном примере. Экспериментальные данные зависимости $\rho_d = f(w)$ взяты из работы [3]) и приведены в табл. 1. Грунт-суглинок; плотность частиц грунта $\rho_s = 2,72 \text{ г/см}^3$. Объем цилиндра 1000 см^3 . Масса контейнера 3400 г.

Таблица 1.

№ № п/п	Влаж- ность грунта, w	Масса грунта и контейне- ра, г	Масса уп- лотненного образца, г/см^3	Плотность грунта ρ , г/см^3	Плотность сухого грунта ρ_d , г/см^3
1	0,084	4992	1592	1,59	1,47
2	0,122	5250	1850	1,85	1,65
3	0,154	5421	2021	2,02	1,75
4	0,180	5443	2043	2,04	1,73
5	0,220	5350	1950	1,95	1,60
6	0,240	5261	1861	1,86	1,50

График зависимости плотности сухого грунта от влажности (сплошная линия) приведен на рис. 1. Найденные по графику значения оптимальной влажности w_{opt} и максимальной плотности сухого грунта $\rho_{d, \max}$ соответственно равны 0,162 и 1,765 г/см^3 .

Убедимся в том, что опытные данные могут быть представлены зависимостью

$$\rho_d = aw^2 + bw + c.$$

Выберем на кривой графика произвольную точку (точка 6) с координатами $w = 0,240$ и $\rho_d = 1,50 \text{ г/см}^3$ и вычислим, как это и сделано в

таблице 2, значения $(w_i - 0,240)$, $(\rho_{d,i} - 1,50)$ и $\frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240}$.

Изобразив в произвольном масштабе зависимость $\frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240}$ от w ,

получаем почти прямую линию (рис. 2).

Но раз $\frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240} = f(w_i)$ – прямая, то верно следующее выраже-

ние

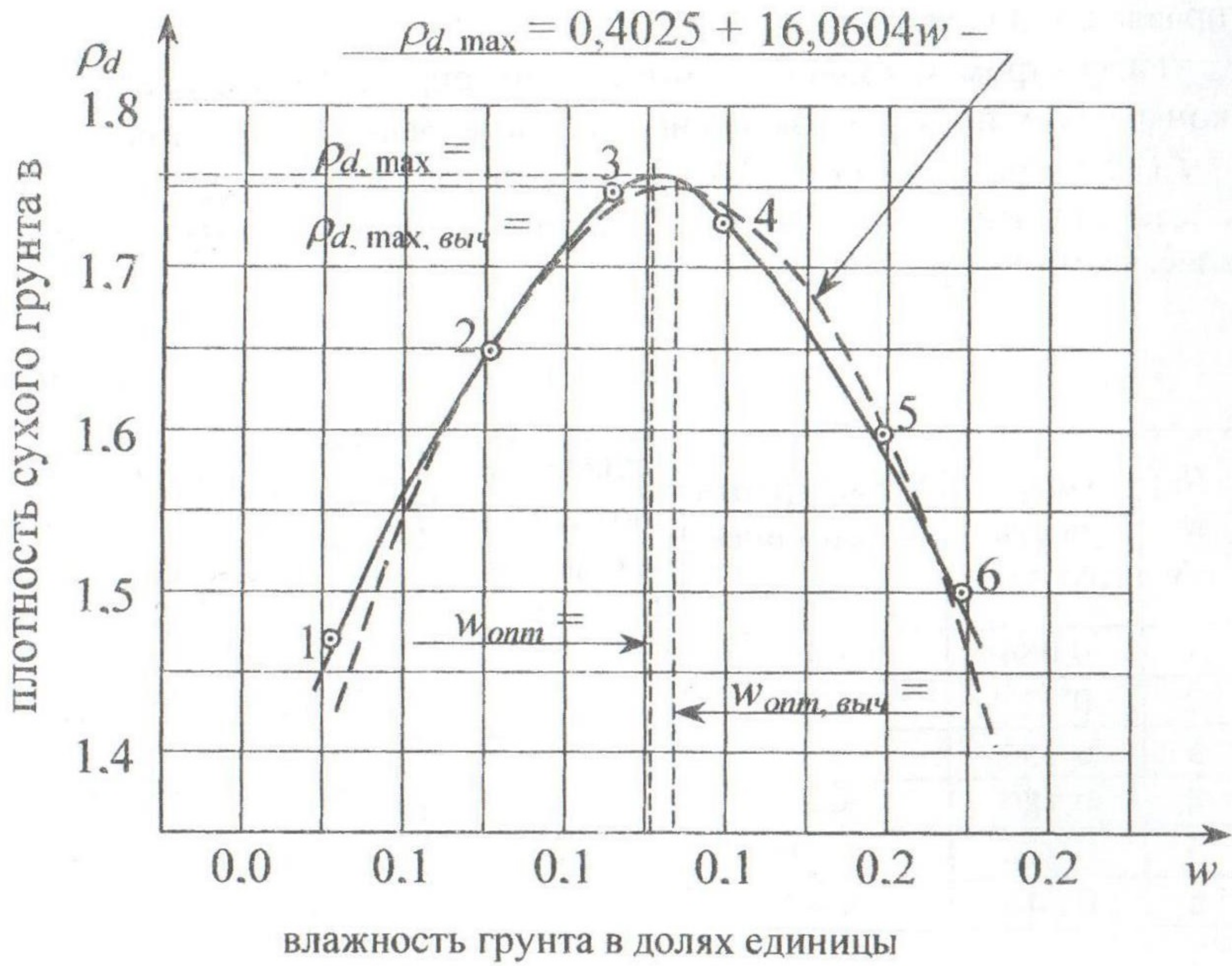


Рис. 1. Графики зависимости плотности грунта ρ_d от влажности w .

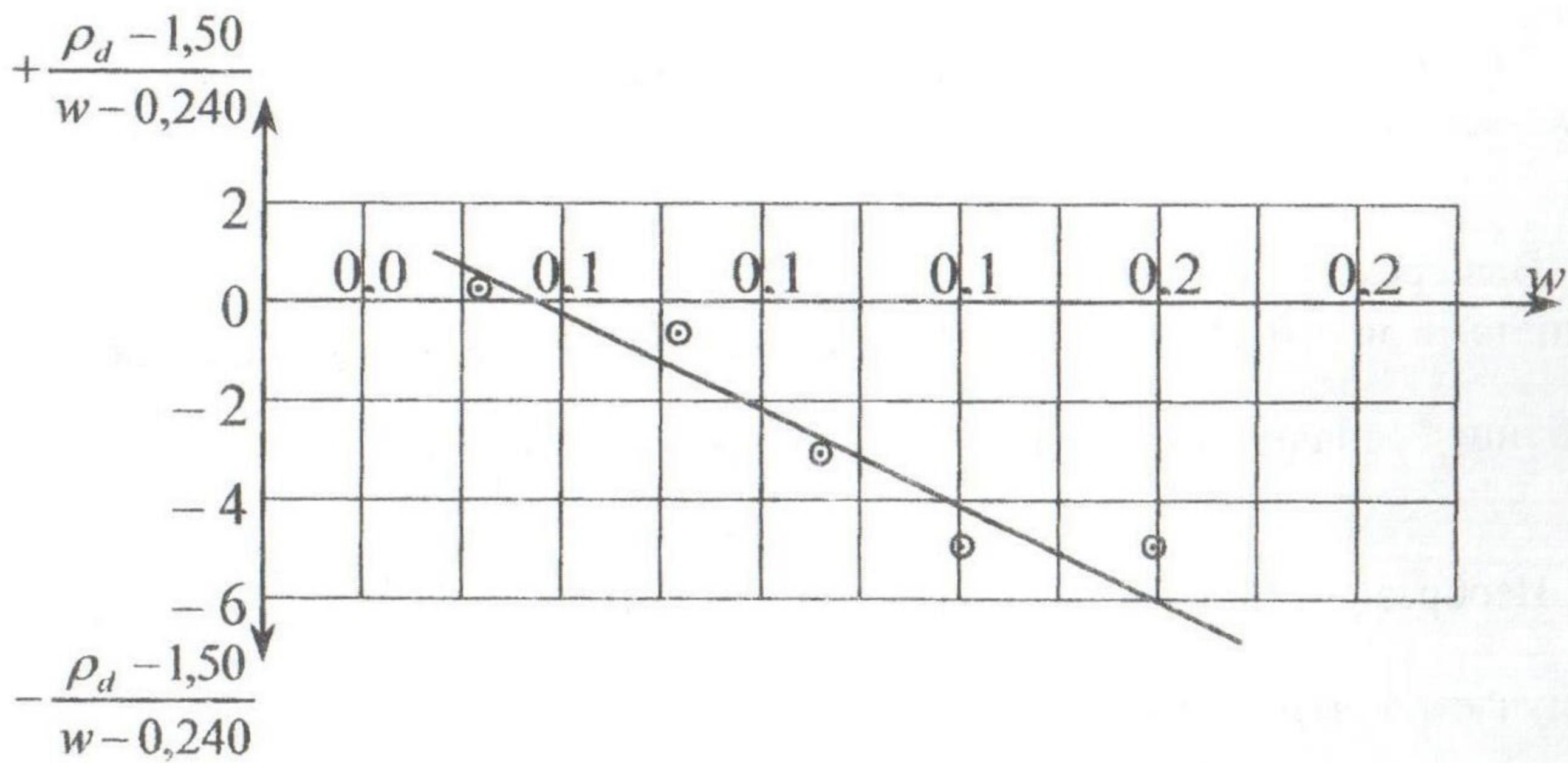


Рис. 2. Графики зависимости $\frac{\rho_d - 1,50}{w - 0,240}$ от влажности w .

Таблица 2

w_i	$\rho_{d,i},$ г/см ³	$w_i - 0,240$	$\rho_{d,i} - 1,50$	$\frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240}$	$\left(\frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240} \right)_{\text{выч}}$	$\rho_{d,i},$ Вых	$\frac{\rho_{d,i,\text{выч}} - \rho_{d,i}}{\rho_{d,i,10\%}} \cdot 100$
0,084	1,47	-0,156	-0,03	0,1923	0,5523	1,414	-3,8
0,122	1,65	-0,118	0,15	-0,7979	-1,2666	1,649	-0,1
0,154	1,75	-0,086	0,25	-2,9069	-2,7982	1,740	-0,6
0,180	1,73	-0,060	0,23	-5,0000	-4,0427	1,743	+0,8
0,220	1,60	-0,020	0,10	-5,0000	-5,9573	1,619	+1,2
0,240	1,50	0	0	-		1,500	0

 $\Sigma = -2,5\%$

$$\frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240} = aw + b_1.$$

Найдем значение a и b_1 . С этой целью разделим исходные данные на две группы, из которых первая имеет три, а вторая – четыре члена совокупности данных. На основании формулы

$$\Sigma = \frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240} = a \Sigma w_i + nb_1.$$

получим два уравнения

$$\begin{cases} -3,5125 = 0,360a + 3b_1; & \times 2 \\ -10,0000 = 0,40a + 2b_1; & \times 3 \end{cases}$$

$$(-) \begin{cases} -7,0250 = 0,72a + 6b_1; \\ -30,0000 = 1,20a + 6b_1; \end{cases}$$

$$22,9750 = -0,48a;$$

$$a = -47,8646.$$

Находим b_1 :

из первого уравнения $b_1 = 4,5729$;

из второго уравнения $b_1 = 4,5729$.

Таким образом, имеем:

$$\frac{\rho_{d,i} - 1,50}{w_i - 0,240} = 4,5729 - 47,8646w_i.$$

Отсюда с помощью простых преобразований получим искомую формулу

$$\rho_d - 1,50 = (w - 0,240)(4,5729 - 47,8646w);$$

$$\rho_d - 1,50 = 4,5729w - 1,0975 - 47,8646w^2 + 11,4875w.$$

Окончательно

$$\rho_d = 0,4025 + 16,0604w - 47,8646w^2, \quad (a)$$

где коэффициенты a , b и c соответственно равны $-47,8646$, $16,0604$ и $0,4025$

Используя приведенную зависимость, вычислим значения плотности сухого грунта ρ_d в зависимости от влажности w . Результаты вычислений представлены на графике (рис. 1) пунктирной линией.

Координаты вершины параболы составят

$$w_{opt} = \frac{-b}{2a} = \frac{-16,0604}{2(-47,8646)} = 0,1678 \approx 0,168;$$

$$\rho_{d, \max} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-47,8646) \cdot 0,4025 - (16,0604)^2}{4(-47,8646)} =$$

$$= 1,7497 \approx 1,750 \text{ г/см}^3.$$

При определении координат вершины параболы можно поступить и по-другому.

Известно, что минимум непрерывной функции может иметь место только в тех точках, где производная или равна нулю или не существует вовсе (в частности, обращается в бесконечность).

Возьмем производную выражения (а) и приравняем ее к нулю

$$\frac{d\rho_d}{dw} = -2 \cdot 47,8646w + 16,0604 = 0.$$

Откуда

$$w_{opt} = 0,1678.$$

Далее из уравнения (а) $\rho_d = f(w)$ находим, что $\rho_{d, \max} = 1,75 \text{ г/см}^3$.

Найденные ранее в работе [3] графическим способом, значения оптимальной влажности и максимальной плотности сухого грунта отличаются от расчетных значений, полученных аналитическим методом, соответственно на $-3,6\%$ и $0,9\%$.

Выводы

1. Предложена нестандартная методика аналитического определения максимальной плотности грунта и его оптимальной влажности по результатам лабораторных испытаний с использованием прибора Союздорнии для стандартного уплотнения грунтов.

2. Предложенная методика в большей степени, чем при определении графическим методом, позволяет снизить влияние субъективных факторов на значения искомых показателей и может быть использована при усовершенствовании действующего стандарта.

Литература

1. ГОСТ 22733-77. Грунты. Метод лабораторного определения максимальной плотности.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Издание 7-е. – М.: ГИТТЛ, 1957. – 608 с.
3. Гольдштейн М.Н., Шугаев В.В., Аронов А.М. Лабораторные работы по курсу механики грунтов, оснований и фундаментов. Методические указания для студентов строительных специальностей ДИИЖТ – Днепропетровск, 1965. – 90 с.