

АВТОМАТИЗАЦИЯ ФОРМИРОВАНИЯ МАТРИЦ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАСЧЕТЕ МНОГОПРОЛЕТНЫХ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

Ковров А.В., Ковтуненко А.В. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры)

Приведены предложения по совершенствованию методики формирования матриц разрешающего уравнения численно-аналитического варианта метода граничных элементов для расчета многопролетных неразрезных балок переменной жесткости.

Разрешающее уравнение численно-аналитического варианта метода граничных элементов, полученное в результате характерной цепочки преобразований, в соответствии с [1] имеет следующий вид:

$$A^*(l_i) \cdot X^* = -B(l_i) \quad (1)$$

где $B(l_i)$ – матрица нагрузки, формируемая в соответствии с [1];

X^* – вектор неизвестных граничных параметров, формируемый в соответствии с [1];

$A(l_i)$ – матрица коэффициентов, формируемая в соответствии с [1].

Система уравнений (1) формируется для каждого участка стержня в локальных системах координат.

Неразрезные балки переменной жесткости разбиваются на участки, в пределах которых жесткость является величиной постоянной [2], при этом промежуточные опорные закрепления должны попадать на границу между участками (рис.1).

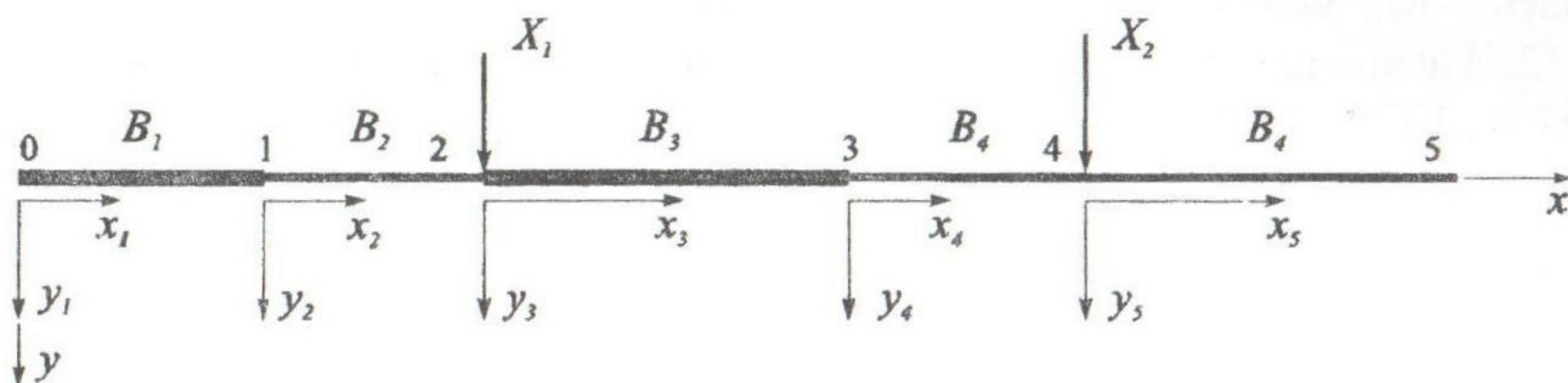


Рис.1. Глобальная и локальные системы координат, принимаемые в численно-аналитическом варианте метода граничных элементов

Матрицу коэффициентов предлагается формировать по формуле:

$$A^* = A \cdot C_0 + C + K, \quad (2)$$

где: A – исходная матрица, имеющая вид

$$A = \begin{pmatrix} |A_1| & |0| & |0| & \dots & |0| & |0| \\ |0| & |A_2| & |0| & \dots & |0| & |0| \\ |0| & |0| & |A_3| & \dots & |0| & |0| \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ |0| & |0| & |0| & \dots & |A_{n-1}| & |0| \\ |0| & |0| & |0| & \dots & |0| & |A_n| \end{pmatrix}, \quad (3)$$

для которой каждый блок формируется по формуле:

$$A_i = \begin{pmatrix} 1 & l_i & -l_i^2/2 & -l_i^3/6 \\ 0 & 1 & -l_i & -l_i^2/2 \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

K – матрица зависимостей между жесткостями участков:

$$K = \begin{pmatrix} |0| & |K_1| & |0| & \dots & |0| & |0| \\ |0| & |0| & |K_2| & \dots & |0| & |0| \\ |0| & |0| & |0| & \dots & |0| & |0| \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ |0| & |0| & |0| & \dots & |0| & |K_{n-1}| \\ |0| & |0| & |0| & \dots & |0| & |0| \end{pmatrix}, \quad (5)$$

для которой каждый блок формируется по формуле:

$$K_i = \begin{pmatrix} -N_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -N_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

Компенсирющие элементы определяются следующим образом:

$$n_i = \frac{B_{i+1}}{B_i}; \quad N_i = \frac{1}{n_i}, \quad (7)$$

где B_i — изгибная жесткость сечений смежных участков балки.

Матрицы C_0 и C формируются в зависимости от принципов формирования вектора неизвестных граничных параметров. Все элементы матрицы C_0 равны единицы, за исключением столбцов, номера которых соответствуют номеру обнуляемого начального параметра. Матрица C является нулевой матрицей, в которой элементы на пересечении столбца с номером равным номеру обнуляемого начального параметра и строки с номером равным номеру переносимого конечного параметра равны -1.

На основе выявленных закономерностей матриц $A(l_j)$ и X^* создан алгоритм автоматизации их формирования, на основе которого составлена программа в системе компьютерной математики MATLAB, позволяющая производить расчет многопролетных неразрезных балок с переменной жесткостью. Количество пролетов, вид опорных закреплений, количество участков с переменной жесткостью, их расположение не ограничены.

Рассмотрим пример расчета неразрезной трехпролетной балки, расчетная схема которой приведена на рис.2.

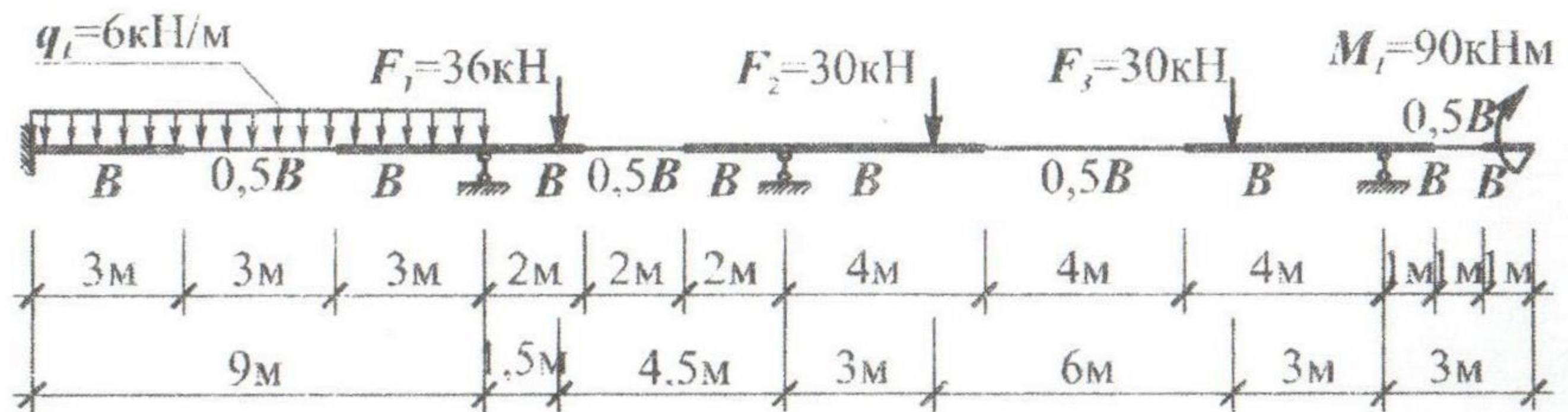


Рис. 2. Расчетная схема неразрезной балки

Первый вариант расчета — приведенная балка, имеет постоянную жесткость, второй вариант — жесткость переменна в соответствии с рис.2.

В таблицах 1 и 2 произведено сравнение усилий и перемещений в характерных сечениях в балках с постоянной и переменной жесткостью.

стью. На рис.3 приведены эпюры внутренних усилий (Q и M) и перемещений (φ и ν), построенные по полученным результатам.

Таблица 1

x, м	Поперечная сила Q , кН			Изгибающий момент M , кНм		
	постоянная жесткость	переменная жесткость	Δ , %	постоянная жесткость	переменная жесткость	Δ , %
0	29,01	29,96	3	-46,54	-54,87	-18
4	5,01	5,96	19	21,51	16,97	-21
5	-0,99	-0,04	-95	23,53	19,93	-15
9	-24,99	-24,04	-4	-28,42	-28,22	-1
10	24,87	23,91	-4	-3,55	-4,31	-21
11	-11,13	-12,09	-9	3,32	1,60	-52
15	-11,13	-12,09	-9	-41,20	-46,74	-13
18	-4,07	-3,61	-11	36,60	32,45	-11
21	-4,07	-3,61	-11	24,40	21,63	-12
24	-34,07	-33,61	-1	12,20	10,82	-13
27	-34,07	-33,61	-1	-90	-90	0
30	0	0	0	-90	-90	0

Таблица 2

x, м	Угол поворота $B\varphi$, кНм ²			Прогиб $B\nu$, кНм ³		
	постоянная жесткость	переменная жесткость	Δ , %	постоянная жесткость	переменная жесткость	Δ , %
0	0	0	0	0	0	0
4	18,05	30,80	71	126,84	177,62	40
5	-4,97	-7,11	43	133,55	189,96	42
9	-27,17	-41,45	53	0	0	0
10	-11,18	-25,18	125	-17,11	-31,32	83
11	-15,57	-28,33	82	-29,91	-57,59	93
15	60,20	82,90	38	0	0	0
18	67,10	104,34	55	249,30	340,26	36
21	-24,40	-27,24	12	304,20	470,64	55
24	-79,30	-111,96	41	139,50	233,31	67
27	37,40	6,82	-82	0	0	0
30	307,40	366,82	19	517,20	560,47	8

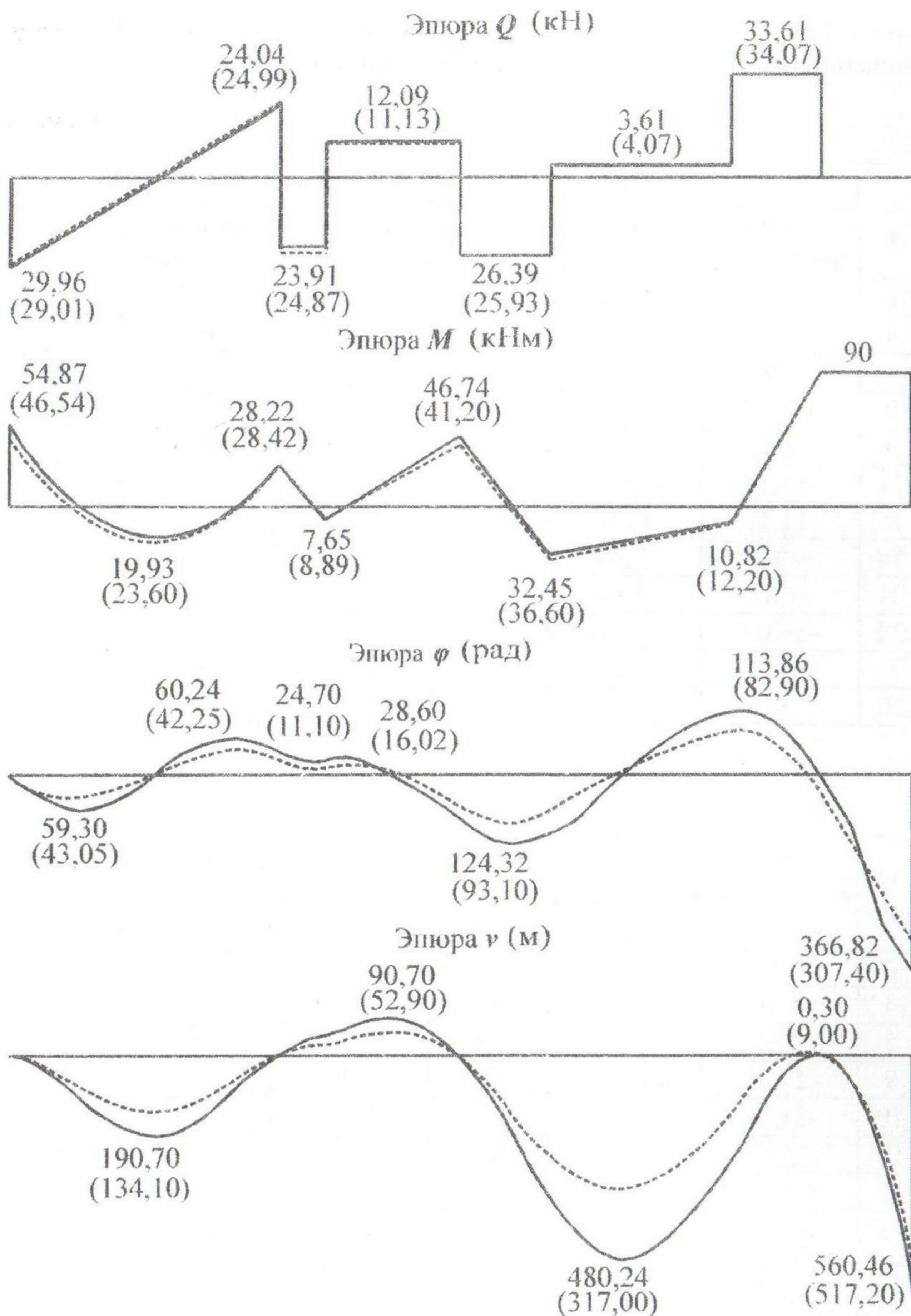


Рис. 3. Эпюры внутренних усилий и перемещений:
 — при переменной жесткости
 - - - при постоянной жесткости

Таблица 1.

	Опорное сечение	Пролетное сечение	Обобщенные значения
Зависимость по СНиП 2.03.01-84*			
Выборочное среднее M_x	1.0446	0.7586	0.7229
Выборочная дисперсия S_x	0.0741	0.3459	0.2852
Выборочный коэффициент вариации v_x	0.0709	0.4556	0.3941
Доверительный интервал ($P=0,95$)	p_n	1.0104	0.5988
	p_v	1.0789	0.9184
Зависимость И.Е.Прокоповича			
Выборочное среднее M_x	1.2110	0.9162	0.9010
Выборочная дисперсия S_x	0.3005	0.1069	0.1111
Выборочный коэффициент вариации v_x	0.2482	0.1167	0.1233
Доверительный интервал ($P=0,95$)	p_n	1.0722	0.8668
	p_v	1.3499	0.9656

Выводы

1. Зависимости «Изгибающий момент-кривизна», описывающие деформирование опорных и пролетных сечений неразрезных железобетонных балок, испытанных В.Е.Бабичем, носят различный характер.
2. Результаты статистического анализа сравнения теоретических и экспериментальных данных свидетельствует о следующем:
 - деформирование опорных сечений достовернее описывает методика СНиП 2.01.03-84*;
 - деформирование пролетных сечений достовернее описывает методика, основанная на предложениях И.Е.Прокоповича.
3. Применение методики, основанной на предложениях И.Е.Прокоповича, позволяет более достоверно описывать обобщенно процессы деформирования как пролетных, так и опорных сечений.

Литература

1. Прокопович И.Е., Зедгенидзе В.А. Прикладная теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1980. – 240с.
2. Яременко А.Ф., Ковров А.В., Синюкина Т.А. О практическом способе определения жесткости железобетонных балок. // Вісник ОДАБА. – Одесса, 2005. – № 20. – С.389-394.
3. Бабиш В.Є. Напружено-деформований стан і міцність нерозрізних залізобетонних балок при одноразових та повторних навантаженнях. – Дис. ... канд. техн. наук. – Рівне, 2005.
4. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстроя РФ, 1996. – 79с.