

ПЕРЕДУМОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ВАРІАЦІЙНОГО МЕТОДУ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ В ДОСЛІДЖЕННІ РОБОТИ ЦЕГЛЯНОЇ КЛАДКИ

Чернєва О.С.

Одеська державна академія будівництва та архітектури, м.Одеса

Постановка проблеми. При розв'язанні задач міцності треба віддавати перевагу методиці розрахунку, яка б базувалась на загальній основі, так як емпіричні залежності мають загальновідомі недоліки.

Аналіз публікацій. Варіаційний метод теорії пластичності, запропонований в ПолтНТУ імені Ю. Кондратюка [1] і апробований на бетонних і залізобетонних конструкціях та їх елементах [2...3], можна віднести до інженерних методів розрахунку, які знаходять широке застосування в практиці проектування та не потребують залучення складних комп'ютерних програм.

Мета даної статті. Довести, що застосування варіаційного методу теорії пластичності при розв'язанні задач міцності кам'яних конструкцій та їх елементів при неодоносних неоднорідних НДС можна вважати доцільним.

Основний матеріал. Для його розробки використовувалися наступні передумови:

1. Для кам'яної кладки в стадії руйнування застосовується передумова про пластичність і використовується модель жорстко-пластичного тіла.

На даний час набуває популярності деформаційна модель. Однак, на даний час низхідна гілка залежності « $\sigma_b - \varepsilon_b$ » недостатньо вивчена і особливо при неоднорідних НДС це може обумовити неточність рівнянь, що використовуються, і відповідну похибку підрахування граничного навантаження. Тому в умовах недостатньої інформації про складну поведінку кам'яних матеріалів для досягнення компромісу між точністю і простотою в розрахунках міцності є сенс:

1) відмовитися від спостереження за процесом розвитку деформацій в процесі навантаження і обмежитися описанням схем тільки граничного стану руйнування;

2) використовувати прості деформаційні моделі, компенсуючи похибку спрощених фізичних залежностей застосуванням достатньо близьких до дійсності кінематичних схем (механізмів руйнування) елементів.

Можливість наближення ділянки кривих фізичних залежностей, котрі розташовані біля їх максимуму, площадкою умовної текучості

підштовхує до використання передумови про ідеальну пластичність і простої моделі жорстко-пластичного тіла для розрахунку граничного навантаження кам'яних елементів в умовах складних НДС.

Однак при цьому виникає застереження внаслідок: 1) обмеженості довжини ділянок умовної пластичності; 2) співвідношення пружних і непружних деформацій на довжині цих ділянок; 3) можливості завищення граничного навантаження в зв'язку з перевищенням напружень на цих ділянках, що є максимальними, над середніми дійсними напруженнями в небезпечній зоні елементів.

Розглянемо положення теорії ідеальної пластичності і її найпростішої моделі жорстко-пластичного тіла:

1) граничному пластичному стану тіла передують розвиток пластичних деформацій в його небезпечній – найбільш деформованій і напруженій області, яка повністю перетинає тіло і розділяє його на частини;

2) в стані пластичного руйнування тіло являє собою кінематичний механізм, який включає частини, що розділені локальною областю пластичних деформацій і взаємно переміщуються як жорсткі диски за рахунок локалізації пластичних деформацій;

3) розвиток пластичних деформацій в небезпечній зоні тіла до моменту досягнення граничного навантаження відбувається в деякому, практично кінцевому інтервалі їх величини, довжина якого буває різною і залежить від специфіки задачі, обумовлена геометричною формою тіла, граничними умовами та іншими факторами, які стримують або заохочують розвиток пластичних деформацій.

У кам'яних конструкціях, для розрахунку міцності яких може застосовуватися передумова ідеальної пластичності і модель жорстко-пластичного тіла, необхідний до моменту досягнення граничного навантаження кінцевий інтервал розвитку необоротних деформацій менше, дорівнює або хоч би близький до довжини площадки умовної текучості. Цей клас конструкцій виділяється в експериментах формуванням кінематичного механізму, котрий якраз і свідчить про близькість моделі жорстко-пластичного тіла і необхідний при цьому свободі розвитку необоротних деформацій.

Розвиток кінематичних механізмів у псевдопластичних тілах часто пов'язаний з формуванням шару локалізації необоротних деформацій, який також можуть називати поверхнею зсуву. Значення шару локалізації необоротних деформацій полягає в тому, що вони слугують обґрунтуванням для використання поверхонь розриву швидкостей.

В процесі деформування кінематичного механізму в межах довжини умовної ділянки текучості зовнішні сили виконують роботу на необоротних деформаціях більш піддатливого шару, а в більш жорстких пружних частинах деформації залишаються приблизно постійними, зберігаючи практично незмінною накопичену пружну

енергію. Тому в межах майданчиків умовної текучості пружні деформації частин кінематичного механізму, хоч і є урівноваженими з непружними, не мають значного впливу на опір навантаженню, котре визначається опором локальних зон пластичності. В результаті з'являються умови для застосування моделі жорстко-пластичного тіла.

Сутність деформування різних ділянок області руйнування, що характерна для неоднорідних НДС, обмежує зростання найбільших деформацій і тим самим обумовлює природне жорстке навантаження найбільш деформованих і найменш міцних ділянок, що стримує їх руйнування за рахунок перерозподілу напружень на більш міцні або менш навантажені ділянки. В результаті наближається можливість одночасного досягнення граничного стану на всіх різнонапружених і різноміцних ділянках області руйнування елемента і покращуються умови можливості застосування моделі ідеально пластичного тіла.

2. Приймається умова міцності кам'яної кладки відповідно [4].

Ця умова міцності належить до механічної теорії, яка феноменологічно описує макроскопічну поведінку твердого тіла і робить ідеалізуючі припущення. В таких теоріях приймається, що руйнування залежить тільки від напруженого і деформованого станів.

Умова міцності Баландіна – Генієва в осях « $T - \sigma$ » записується як:

$$F(\sigma_{ij}) = T^2 + m \cdot \sigma - T_{sh}^2, \quad (1)$$

де $m = R - R_t$; $T_{sh}^2 = RR_t/3$, T – інтенсивність дотичних напружень,

$$T^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1),$$

σ – середнє напруження, $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$, і є параболою (рис. 1).

Якісним критерієм застосування теорії пластичності до кам'яних конструкцій є можливість хоча б миттєвого існування умови пластичності по всій області граничного стану кладки, розвиток якої необхідний для перетворення тіла в кінематичний механізм.

3. Зв'язок швидкостей деформацій з напруженнями знаходиться із асоційованого закону плинності

$$\xi_{ij} = \lambda \partial F / \partial \sigma_{ij},$$

де $\lambda = \xi/m$ - коефіцієнт пропорційності (параметр Лоде - Надаї),

ξ – швидкість деформацій.

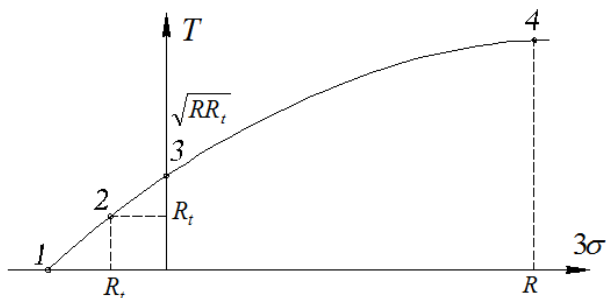


Рис. 1. Умова міцності Баландіна - Генієва: т. 1 – всебічний розтяг, т. 2 – осьовий розтяг, т. 3 – чистий зсув, т. 4 – осьовий стиск

4. Використовується розв'язання задач у розривних функціях швидкостей.

Функціонал методу при відсутності інерційних і масових сил має вигляд

$$J = \int_{S_{h'_f}} W_{b'_f h'_f} dS - \int f_i^* V_i dS - \int f_i V_i^* dS, \quad (2)$$

де $W_{b'_f h'_f}$ - питома потужність пластичного деформування матеріалу;

$$J = \int_{S_{h'_f}} m \left[2B \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta V_t}{\Delta V_n} \right)^2} - 1 \right] \Delta V_n ds - \int f_i^* V_i ds_f - \int f_i V_i^* ds_v, \quad (3)$$

де $B^2 = (1 + \chi / (1 - \chi)^2) / 3$, $\chi = R_t / R$, f_i^*, V_i^* – задані сили і швидкості відповідно на ділянках S_f і S_v поверхні тіла; $S_{h'_f}$ – поверхня руйнування; $\Delta V_t, \Delta V_n$ – розриви (стрибки) дотичної та нормальної до S_l складових швидкості.

Найпростішим є розв'язок задачі в розривних функціях швидкостей, що отримується якщо припустити пластичні деформації зосередженими лише на поверхні $S_{h'_f}$. Для плоских напружених станів перший додаток функціоналу (2) приймає вигляд

$$I_{h'_f} = \int_{S_{h'_f}} m \left[2B \sqrt{1 + 0,25 \left(\frac{\Delta V_t}{\Delta V_n} \right)^2} - 1 \right] \times \Delta V_n dS. \quad (4)$$

Висновки

Наведені у статті передумови дозволяють застосувати варіаційний метод теорії пластичності для розв'язання задач міцності кам'яних

конструкцій та їх елементів при неодносних неоднорідних НДС, оскільки він є:

1) достатньо загальним, що необхідно для розв'язання різнобічних задач міцності, і має необхідну точність визначення граничного навантаження;

2) порівняно простим і доступним широкому колу проектувальників і студентів.

Summary

The possibility of variation method's application at the masonry structures' research is proved in the article.

Література

1. Митрофанов В.П. Вариационный метод расчета прочности каменной кладки при местном сжатии / В.П. Митрофанов, О.А. Довженко, В.В. Погребной // Строительство, материаловедения, машиностроение: сборник научных трудов. – Днепропетровск, 2005. – Вып. №32 – С.76-82.

2. Погребной В.В. Прочность бетонных и железобетонных элементов при срезе по данным теории пластичности и экспериментов / В.В. Погребной, О.А. Довженко // Научно-технический сборник «Коммунальное хозяйство городов». Серия: Технические науки и архитектура. – К., 2007. – Вып.79. - С.25-36.

3. Погребной В.В. Совершенствование расчета прочности бетонных и железобетонных элементов при разрушении в форме среза / В.В. Погребной // Совершенствование расчетов прочности элементов бетонных, железобетонных и каменных конструкций: сборник научных трудов. – Полтава, 2007. – С.63-81.

4. Гениев Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г.А. Гениев, В.Н. Киссюк, Г.А. Тюпин. - М.: Стройиздат, 1974, - 316с.