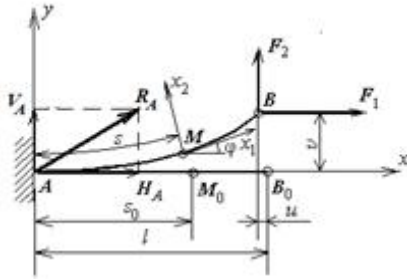


**ПЛОСКИЙ ИЗГИБ ПРОДОЛЬНО СЖАТОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ  
КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА**

**Фомин В.М.** (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

Досліджується плоский згин поздовжньо стиснутої консольної залізобетонної балки з врахуванням геометричної та фізичної нелінійностей й пластичної поведінки бетону.

Рассмотрим изгиб железобетонной консольной балки прямоугольного поперечного сечения, находящейся под действием двух сил  $F_1$  и  $F_2$  (рис.1). Предполагается, что нагружение балки происходит следующим образом: вначале (будем называть этот этап нулевым) прикладывается сжимающая сила  $F_1$ , которая изменяется от нуля до некоторого отрицательного значения



$$H_5(s) \frac{d^2 \Pi}{ds^2} + \left[ \frac{dH_5(s)}{ds} - R_{A,2}(\Pi) H_6(s) \right] \frac{d\Pi}{ds} - R_{A,1}(\Pi) \frac{dH_6(s)}{ds} - R_{A,2}(\Pi) = 0$$

$$H_1(s) = b\tilde{E}_{1,1}(s) + E_a(S_1 h_1 - S_2 h_2), H_2(s) = b\tilde{E}_{1,2}(s) + E_a(S_1 h_1^2 + S_2 h_2^2),$$

$$H_5(s) = H_2(s) - H_1(s)^2 / H_0(s), H_6(s) = H_1(s) / H_0(s),$$

$$H_0(s) = b\tilde{E}_{1,0}(s) + E_a(S_1 + S_2), \tilde{E}_{1,0}(s) =$$

$$= \int_{-h/2}^{h/2} E_1[\epsilon_0(s, x_2), \gamma_0(s, x_2)] dx_2, \tilde{E}_{1,1}(s) = \int_{-h/2}^{h/2} E_1[\epsilon_0(s, x_2), \gamma_0(s, x_2)] x_2 dx_2,$$

$$\tilde{E}_{1,2}(s) = \int_{-h/2}^{h/2} E_1[\epsilon_0(s, x_2), \gamma_0(s, x_2)] x_2^2 dx_2, E_1(\epsilon_0, \gamma_0) = K_1(\epsilon_0, \gamma_0) -$$

$$- \frac{K_2^2(\epsilon_0, \gamma_0)}{K_1(\epsilon_0, \gamma_0)}, K_1(\epsilon_0, \gamma_0) = \frac{3K(\epsilon_0, \gamma_0) + 4G(\epsilon_0, \gamma_0)}{3}, K_2(\epsilon_0, \gamma_0) =$$

$$= \frac{3K(\epsilon_0, \gamma_0) - 2G(\epsilon_0, \gamma_0)}{3}, R_{A,1}(\phi) = H_A \cos \phi + V_A \sin \phi,$$

$$R_{A,2}(\phi) = -H_A \sin \phi + V_A \cos \phi,$$

**Замечание 1.** В статье [1] выведены соотношения

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= \frac{1}{3} \{ K_3(\varepsilon_0, \gamma_0) [\varepsilon_s(s) - \phi'(s)x_2] + \frac{1}{2} a_3^2(s) d_2^2(x_2) \}, \\ \gamma_0 &= \frac{1}{3} \sqrt{K_5(\varepsilon_0, \gamma_0) [\varepsilon_s(s) - \phi'(s)x_2]^2 + 6a_3^2(s) d_2^2(x_2)},\end{aligned}\quad (4)$$

где  $d_2(x_2) = 3h^2/4 - 3x_2^2$ ,  $K_3(\varepsilon_0, \gamma_0) = 1 + K_2(\varepsilon_0, \gamma_0)/K_1(\varepsilon_0, \gamma_0)$ ,

$$K_5(\varepsilon_0, \gamma_0) = 4[K_3(\varepsilon_0, \gamma_0)^2 + 1 + K_2^2(\varepsilon_0, \gamma_0)/K_1^2(\varepsilon_0, \gamma_0)].$$

При заданных значениях

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial f_2}{\partial \varepsilon_0} \\ \frac{\partial f_1}{\partial \gamma_0} & \frac{\partial f_2}{\partial \gamma_0} \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\frac{p}{3} K_3(\varepsilon_0, \gamma_0) - \frac{q}{6}, f_2(p, q, \varepsilon_0, \gamma_0) = \gamma_0^2 - \frac{p^2}{9} K_5(\varepsilon_0, \gamma_0) -$$

$$a_3(s) = R_{A,2}(\phi(s))/H_3(s),$$

$$\varepsilon_s(s) = [H_1(s) \frac{d\phi}{ds} - R_{A,1}(\phi(s))]/H_0(s),$$

$$H_3(s) = \tilde{G}(s)bh^3 + G_a[d_2(h_1)S_1 + d_2(h_2)S_2],$$

$$\tilde{G}(s) = \int_{-h/2}^{h/2} G(\varepsilon_0(s, x_2), \gamma_0(s, x_2)) dx_2.$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial a_3} & \frac{\partial f_2}{\partial a_3} \\ \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_s} & \frac{\partial f_2}{\partial \varepsilon_s} \end{vmatrix} \neq 0$$

$$f_1(\phi, \frac{d\phi}{ds}, a_3, \varepsilon_s) = a_3 - R_{A,2}(\phi)/H_3(\frac{d\phi}{ds}, a_3, \varepsilon_s), f_2(\phi, \frac{d\phi}{ds}, a_3, \varepsilon_s) = \varepsilon_s - [H_1(\frac{d\phi}{ds}, a_3, \varepsilon_s) \frac{d\phi}{ds} - R_{A,1}(\phi)]/H_0(\frac{d\phi}{ds}, a_3, \varepsilon_s)$$

$$K = K_0(1 - \frac{\gamma_0}{2\gamma_{0s}})(1 + g_0 \frac{3\gamma_0^2}{2\varepsilon_0}), G = G_0(1 - \frac{\gamma_0}{2\gamma_{0s}}) \quad (9)$$

( $K_0, G_0$  – начальные секущие модули объемной деформации и сдвига,  $\gamma_{0s}$  – предельная октаэдрическая деформация сдвига,  $g_0$  – модуль дилатации). Согласно [2]  $\gamma_{0s}$  определяется следующим образом:

$$\gamma_{0s} = \sqrt{2/3}\Gamma_s, \Gamma_s = \Gamma_c k(\lambda, \delta), k(\lambda, \delta) = \lambda(1 + \delta)/2 + \sqrt{\lambda^2(1 + \delta)^2/4 + 1 + \delta}, \lambda = -f_0\sqrt{2/3}\sigma_0/\tau_0, \delta = e_0\sqrt{2}D_3/\tau_0^3. \quad (10)$$

здесь  $\Gamma_c$  – предельная интенсивность деформаций сдвига при чистом сдвиге,  $\sigma_0$  и  $\tau_0$  – октаэдрические напряжения,  $D_3 =$

$$f_0 = 3T_c(R_c - R_p)/(R_c R_p), e_0 = R_c R_p/(3T_c^2) - 1$$

$$\lambda = -f_0 \frac{\sqrt{6}K_0}{G_0} (1 + g_0 \frac{3\gamma_0^2}{2\varepsilon_0}) \frac{\varepsilon_0}{\gamma_0}$$

$$K = K_0 f(\varepsilon_0, \gamma_0) g(\varepsilon_0, \gamma_0), G = G_0 f(\varepsilon_0, \gamma_0), \\ f(\varepsilon_0, \gamma_0) = 1 - \gamma_0/(2\gamma_{0s}), g(\varepsilon_0, \gamma_0) = 1 + 3g_0\gamma_0^2/(2\varepsilon_0).$$

$$H = E_1^{[0]} J + E_a(S_1 h_1^2 + S_2 h_2^2) \quad E_1^{[0]} = E^{[0]}/(1 - \nu_0^2)$$

$$[H_5(\zeta)\phi']' = -H[H_6(\zeta)(\alpha \cos\phi + \beta \sin\phi)]' / (1 + \alpha \sin\phi - \beta \cos\phi)$$

$$\phi'(\zeta) = \Phi_0(\zeta),$$

$$\Phi_0(\zeta) = \frac{H}{H_5(\zeta)} \left\{ \int_0^\zeta [\alpha \sin\phi(\xi) - \beta \cos\phi(\xi)] d\xi - \frac{1}{l} H_6(\zeta) [\alpha \cos\phi(\zeta) + \beta \sin\phi(\zeta)] + C_1 \right\}.$$

Постоянную  $C_1$  определяем из условия  $\phi'(1) = 0$ :

$$C_1 = -\int_0^1 [\alpha \sin \phi(\xi) - \beta \cos \phi(\xi)] d\xi + H_6(1) [\alpha \cos \phi(1) + \beta \sin \phi(1)] / l.$$

Интегрируя (16) еще раз, получаем

$$\phi(\zeta) = \Phi_I(\zeta), \quad \Phi_I(\zeta) =$$

$$\phi^{(j)'}(\zeta) = \Phi_0^{(j-1)}(\zeta), \quad \phi^{(j)}(\zeta) = \Phi_1^{(j-1)}(\zeta)$$

$$v(\zeta) = l \int_0^\zeta \sin \phi(\xi) d\xi$$