

АНАЛИЗ ВАРИАНТОВ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ НА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫХ ЭТАПАХ КОМПРОМИСНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ГАЗОСИЛИКАТА

**В.А. Вознесенский, д.т.н., проф., Т.В. Ляшенко, д.т.н., проф.,
В.П. Гаврилюк, магистр**

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

Введение. В математическом моделировании диалектическую связь категорий "причины" и "следствия" отражают прямые и обратные задачи [1, 2]. В прямых задачах известны причины, и необходимо определить следствие; в обратных – известно следствие и необходимо установить его причины. Обратные задачи значительно сложнее прямых и методически, и математически; они, как правило, некорректны. В таких задачах нарушается хотя бы один из трех признаков корректности: условие существования, единственность и устойчивость решения.

Для того чтобы решить некорректную задачу, необходимо ввести [2] дополнительные условия, превращающие задачу в условно-корректную. Условия должны выбираться на основе априорных сведений или гипотез о свойствах решения, таким образом, чтобы их выполнение гарантировало существование решения в выделяемом ими достаточно узком множестве допустимых решений. Для того чтобы найти наиболее близкое к неизвестному "истинному" решению задачи устойчивое приближенное решение, используется регуляризация. Это принцип отбора допустимых решений на основе того или иного критерия отбора; так метод наименьших квадратов является одной из простых форм регуляризации в задачах восстановления зависимостей.

В работе [3] проведен краткий анализ некоторых особенностей методологии обратных задач математического моделирования. Выделены типы обратных задач, которые могут формулироваться и решаться в компьютерном строительном материаловедении. Отмечено, что эта методология может расширить возможности и интенсифицировать развитие компьютерного материаловедения.

С позиций этой методологии проанализированы некоторые результаты компромиссной оптимизации технологии газосиликата с помощью итерационного случайного сканирования многофакторных полей свойств [4]. Этот численный метод на каждой итерации предусматривает многократное решение прямых задач для оценки уровней критериев оптимальности и ограничений; на основе этих оценок решается обратная, задача.

Она некорректна – малым изменениям критериев качества в области компромисса соответствуют большие диапазоны изменения некоторых из девяти рецептурно-технологических (РТ) факторов. На последней итерации инженерный результат получен с использованием регуляризации, основанной на гипотезе линейности локальных полей свойств в диапазонах компромисса RC (*Range of Compromise*).

Цель данной работы – анализ результатов решения серии обратных задач при целенаправленном сужении на заключительном этапе оптимизации диапазонов RC критериев качества Y (прочности при изгибе R_b , деформативности ε и коэффициента теплопроводности λ), причем их относительная ширина $\delta RC\{Y\}$ (% RAV – *Range of Admissible Values*) должна быть примерно равна: $\delta RC\{R_b\} \approx \delta RC\{\varepsilon\} \approx \delta RC\{\lambda\}$.

Условия и результаты поиска компромиссных РТ-решений для газосиликата марки 800 класса 5. Необходимость использования методологии обратных, некорректных задач возникает очень часто. Достаточно акцентировать внимание на том, что определение по опытным данным коэффициентов экспериментально-статистических (ЭС) моделей – это обратные задачи, но описанные другой терминологией. Однако в компьютерном строительном материаловедении возникают и другие задачи, при решении которых и при интерпретации результатов могут быть полезны элементы этой методологии.

Такой подход потребовался при поиске компромиссных оптимальных РТ-решений для газосиликата, выполненном [3, 5] с помощью итерационного случайного сканирования РТ-полей пяти свойств. Поля описаны нелинейными ЭС-моделями с 9 факторами (растекаемость растворной смеси, см; влажность песка при помоле с известью, %; удельная поверхность песка, м²/кг; изотермическая выдержка в автоклаве, час; рабочее давление пара в автоклаве, МПа; расход алюминиевой пудры, % ; активность смеси, %; температура воды затворения, °С, расход цемента, %).

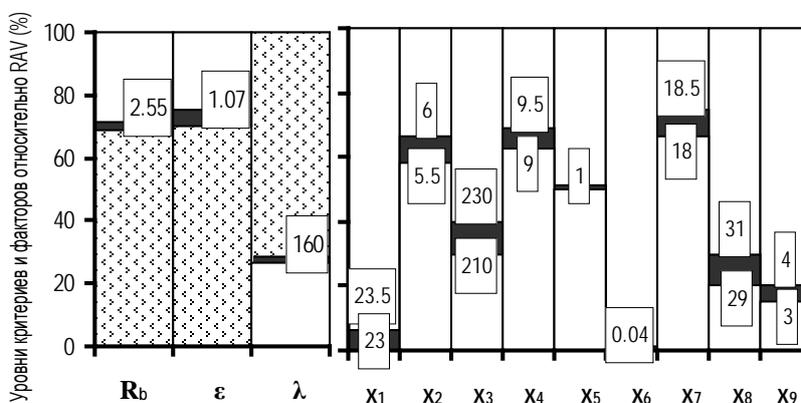


Рис. 1. Диапазоны компромисса для трех критериев качества и девяти РТ-факторов

При выполнении нормативов по плотности (кг/м³) марки D800 и по прочности на сжатие (R_c, МПа) класса B5 за три итерации удалось повысить прочность на изгиб до R_b = 2.55-2.60 МПа и предельную деформативность до ε = 1.01-1.06 мм/м, а коэффициент теплопроводности снизить до λ = 159-164 мВт/м·К. При этом пошаговое продвижение к индивидуальным оптимумам составило 69-75% от RAV – диапазонов допустимых значений для газобетона D800 и B5. На каждой из трех итераций генерировалось по 10000 случайных РТ-вариантов, задаваемых нормализованными переменными x_i (i = 1, ..., 9), и рассчитывались по ЭС-моделям (прямая задача!) значения критериев качества газосиликата γ, R_c, R_b, ε и λ. На первой итерации сканировались полные поля свойств и из 10000 вариантов сразу удалялись все комбинации РТ-факторов, которые не обеспечивали нормативов (численное решение обратной задачи!). Далее выделенное локальное поле активно сжималось (продолжение численного решения обратной задачи!) за счет пошагового компромиссного приближения его границ к индивидуальным оптимумам R_b, ε и λ. Итерация прекращается, когда в диапазонах компромисса R_c остается лишь несколько точек. Уменьшенное на несколько порядков множество вариантов {x₁, ..., x₉} является базовым для следующей итерации. Для "компенсации" потерь решений в промежутках между случайными точками полученная область несколько расширяется (по каждому x_i). В расширенной гиперпризме вновь генерируется 10000 РТ-вариантов и проводится следующая итерация. На рис. 1 показаны результаты третьей итерации, на которой к трем компромиссно оптимизируемым критериям качества материала добавлены

два минимизируемых критерия энергоемкости технологии – время изотермической выдержки в автоклаве (8 ± 4 час, входит в ЭС-модели как x_4) и давление пара p (1 ± 0.2 МПа, x_5 в моделях). Итерация финальная – остается лишь 1.7-5% от RAV для R_b , ϵ и λ . Но для ответа на инженерный вопрос о значениях 9 факторов, обеспечивающих такие уровни критериев, нужно решить еще одну задачу. Ее следует признать некорректной – "малым" изменениям R_b , ϵ и λ (левая часть столбчатой диаграммы на рис. 1) соответствуют "большие" колебания x_i (превышение не менее, чем вдвое). Однако, если пойти на некоторую погрешность и допустить гипотезу линейности полей в диапазонах компромисса, процедура регуляризации может быть сведена к вычислению средних x_i в $RC\{x_i\}$. Для них проводится контрольный расчет окончательных компромиссных значений R_b , ϵ и λ (приведены на рис. 1). **Результаты решения обратных задач при сокращении диапазонов компромисса критериев качества газосиликата.** Информация на рис. 1 получена в результате третьей итерации (в большинстве случаев заключительной!) поиска компромиссного оптимума с помощью случайного сканирования полей свойств газосиликата в координатах 9 факторов. При этом относительная ширина диапазонов компромисса $\delta RC\{Y\}$ различна – от 1.8% (от RAV) для λ до 5.0% для ϵ . Для анализа влияния $\delta RC\{Y\}$ на результаты поиска компромиссных уровней 9 факторов поставлен дополнительный вычислительный эксперимент. Сравнивались результаты решения трех версий обратных задач – при трех заданных значениях $\delta RC\{Y\}$: 10% от RAV, около 5 и 2%. На четвертой итерации диапазоны $RC\{x_i\}$ (рис. 1), были расширены на $\Delta x_i = 0.15$ в обе стороны. Генерировалось 10000 равномерно распределенных случайных уровней x_i и выделялся диапазон вариантов, допустимых по нормативам для газосиликата D800 и B5.

Таблица 1.

Средние уровни факторов x_i в диапазонах компромисса

| δRC (%RAV) | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 | x_9 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 10 | 0.88 | 0.22 | 0.42 | 0.36 | 0.03 | 0.95 | 0.55 | 0.60 | 0.67 |
| 4.9 | 0.89 | 0.21 | 0.46 | 0.38 | 0.04 | 0.95 | 0.60 | 0.66 | 0.77 |
| 2.3 | 0.85 | 0.23 | 0.46 | 0.47 | 0.12 | 0.96 | 0.62 | 0.57 | 0.78 |

Таблица 2.

Расчетные компромиссно оптимальные уровни критериев качества и их диапазоны на последнем этапе поиска компромисса

| $\delta RC(\%RAV)$ | Расчетные значения | | | Интервалы | | |
|--------------------|--------------------|------------|-----------|-----------|------------|-----------|
| | R_b | ϵ | λ | R_b | ϵ | λ |
| 10 | 2.59 | 1.11 | 1.61 | 2.5-4.2 | 1.0-1.2 | 15-164 |
| 4.9 | 2.63 | 1.16 | 1.63 | 2.5-8.2 | 1.1-1.2 | 16-164 |

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|--------|--------|-------|
| 2.3 | 2 | 1 | 1 | 2.6 | 1.1 | 16 |
| | .63 | .18 | .61 | 1-2.65 | 6-1.19 | 1-162 |

Последовательно сокращались $\delta RC\{Y\}$ от 10 до 2 % RAV.

При 10% в диапазонах RC оказались $N_{10} = 300$ вариантов (фактические границы 10.00-10.04). Далее ширина сужалась до 5% RAV, включивших $N_5 = 38$ вариантов (границы 4.79 – 5.04). В третьей версии фактическая ширина RC сократилась до 2.24-2.29% RAV и осталось лишь $N_2 = 3$ варианта в 9-мерном пространстве.

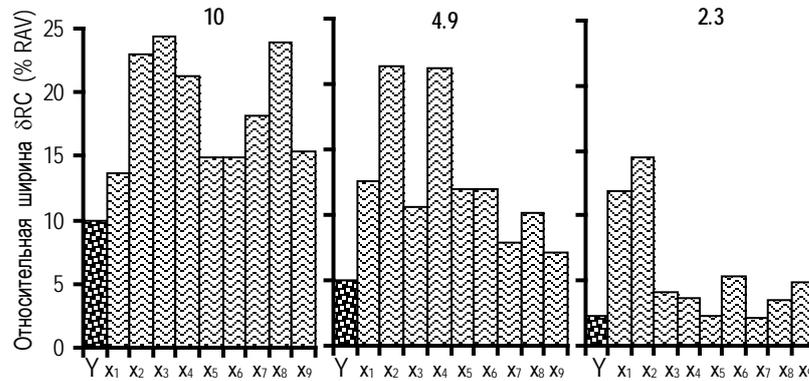


Рис. 2. Изменение относительной ширины $\delta RC\{x_i\}$ при разной относительной ширине $\delta RC\{Y_i\}$.

На рис. 2 приведены столбчатые диаграммы δRC трех критериев качества и девяти РТ-факторов. Из диаграммы следует, в частности, что во всех исследуемых версиях обратные задачи остаются некорректными. При сокращении диапазонов $RC\{Y\}$ с 10 до 2% RAV максимальное отношение $\delta RC\{x_i\}/\delta RC\{Y\}$ возрастает с 2.4 раза (x_3 – тонкость помола, x_8 – температура воды затворения) до 6.4 раза (x_2 – влажность при помоле); при этом число подобных «экстремальных» факторов уменьшается. Следовательно, постановка и решение обратных задач остаются правомерными вне зависимости от δRC критериев качества (задачи вырождаются при $N=1$, так как исчезает проблема выбора).

В табл. 1 для трех версий $\delta RC\{Y\}$ показаны средние значения РТ-факторов, а в табл. 2 соответствующие им компромиссно оптимальные уровни R_b , ε и λ , рассчитанные по ЭС-моделям; здесь же указаны диапазоны $RC\{Y\}$, определенные на четвертой итерации при поиске компромисса случайным сканированием полей свойств.

Анализ этих результатов решения обратных задач позволяет отметить (в исследованных границах $RC\{Y\}$) ряд важных обстоятельств.

Во-первых, большинство средних компромиссных уровней факторов x_i (табл. 1) стабильны: для 7 из них размах менее $\frac{1}{2}$ ступени регулирования, хотя для x_5 (давление пара в автоклаве) и x_9 (расход цемента) уровни изменяются примерно на ступень [6].

Во-вторых, все рассчитанные по ЭС-моделям, компромиссно оптимальные уровни R_b , ε и λ , попадают в диапазоны, определенные при итерационном поиске компромисса.

В третьих, дрейф средних x_i , наблюдаемый при изменении $\delta RC\{Y\}$ на четвертой итерации (табл. 1), может приводить к смещению в сторону оптимума некоторых критериев качества Y . Так, деформативность ε (мм/м) возрастает с 1.11 до 1.17 (табл. 2) при снижении содержания цемента (x_9) и повышении температуры в автоклаве (x_5 , табл. 1). Однако эти изменения, как правило, после третьей итерации соизмеримы с погрешностями измерений и моделирования.

Заключение. Результаты специальных вычислительных экспериментов позволяют утверждать, что на заключительных этапах компромиссной оптимизации с помощью итерационного случайного сканирования многофакторных полей свойств возникают

условия, характерные для обратных задач математического моделирования. В приложении к девятифакторным РТ-полям трех оптимизируемых свойств газосиликата можно считать достаточно работоспособной, даже при малой ширине диапазонов компромисса критериев качества, регуляризацию через средние уровни факторов, формирующих эти диапазоны.

SUMMARY

Three versions of inverse problem at final stage of multi-criterion optimisation of autoclaved aerated concrete with iterative random scanning of property fields in nine composition-process coordinates are analysed.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ватульян А.О. Математические модели и обратные задачи / А.О. Ватульян // Соросовский образовательный журнал, 1998, №11. – С. 143-148.
2. Самарский А.А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. - М: ЛКИ, 2009. - 480 с.
3. Вознесенский В.А. Некоторые обратные задачи компьютерного строительного материаловедения / В.А. Вознесенский, Т.В. Ляшенко, В.П. Гаврилюк // Вісник ДонНАБА, 2010-5(85). – Макеевка, 2010. – т. 1.
4. Вознесенский В.А. ЭС-модели в компьютерном строительном материаловедении / В.А. Вознесенский, Т.В. Ляшенко // Одесса, Астропринт, 2006. – 116 с.
5. Вознесенский В.А. Поиск компромиссных решений случайным сканированием полей свойств газосиликата / В.А. Вознесенский, Т.В. Ляшенко, В.П. Гаврилюк // Науковий вісник ЛНАУ. – Луганськ, 2010. – № 14. – С. 137-148.
6. Вознесенский В.А. Компромиссная оптимизация свойств газосиликата при дискретных равномерно распределенных уровнях девяти рецептурно-технологических факторов / В.А. Вознесенский, Т.В. Ляшенко, В.П. Гаврилюк // Вісник ДонНАБА, 2009-1(75). – Макеевка, 2009. – С. 139-145.