

УЧЕТ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ АРМАТУРЫ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО СТЕРЖНЯ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Школа Ю.А. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры)

Получено выражение, которое позволяет учесть влияние возникающих при сложном напряженном состоянии в результате совместной работы продольной и поперечной арматуры дополнительных касательных усилий в стержне продольной арматуры, путем снижения значения расчетного предела текучести продольной арматуры.

Продольная арматура при изгибе с кручением, либо под воздействием любой комбинации усилий с участием кручения находится в сложном напряженном состоянии.

Помимо нормальных напряжений в стержнях продольной арматуры появляются также касательные напряжения, которые складываются из:

- касательных напряжений, возникающих в результате передачи усилий с бетона на продольную арматуру;
- касательных напряжений, возникающих в результате совместной работы продольной и поперечной арматуры

Следствием появления касательных напряжений в стержнях продольной арматуры является снижение (в некоторых случаях очень существенное) предела текучести стали [1].

При раскрытии наклонных трещин происходит удлинение и сдвиг стержней продольной арматуры и хомутов.

Предположим, что в точке пересечения хомутов и стержня продольной арматуры в балке возникает усилие N_a , которое направлено перпендикулярно направлению трещины. Усилие N_a можно разложить на составляющие N_{ax} и N_{ay} соответственно в плоскостях XOZ' и YOZ' , которые параллельны координатным осям XOZ и YOZ

Рассматривая равновесие узла пересечения вертикальной, горизонтальной ветвей хомутов и стержня продольной арматуры (рис. 1), можно получить следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
N + T_z &= N_{ax} \sin \alpha; \\
N_z + T_{xz} &= N_{ax} \cos \alpha; \\
N + T_\theta &= N_{ay} \sin \beta; \\
N_\theta + T_{yz} &= N_{ay} \cos \beta;
\end{aligned}
\tag{1}$$

где N - продольное усилие в стержне продольной арматуры;
 N_z - то же в горизонтальном стержне поперечной арматуры;
 N_θ - то же в вертикальном стержне поперечной арматуры;
 T_{xz} , T_{yz} - касательные усилия в стержне продольной арматуры;
 T_z - то же в горизонтальном стержне поперечной арматуры;
 T_θ - то же в вертикальном стержне поперечной арматуры;
 α - угол наклона пространственной трещины на горизонтальной грани железобетонного элемента относительно оси Z ;
 β - угол наклона пространственной трещины на вертикальной грани железобетонного элемента относительно оси Z .

Уравнения (1) представляют собой уравнения статики и содержат шесть неизвестных. Поскольку уравнений четыре, то задача является дважды статически неопределимой, и для ее решения необходимо рассмотреть геометрическую сторону.

Для горизонтальных ветвей хомутов (рис. 2):

$$u_{sw}^z = u \cos \alpha, \quad u_s = u \sin \alpha; \tag{2}$$

где u - смещение узла в плоскости XOZ' ;

u_{sw}^z - удлинение горизонтального стержня поперечной арматуры;

u_s - удлинение стержня продольной арматуры.

Следовательно,

$$u_{sw}^z = u_s \operatorname{ctg} \alpha \tag{3}$$

Аналогично для вертикальных ветвей хомутов:

$$u_{sw}^\theta = u_s \operatorname{ctg} \beta \tag{4}$$

где u_{sw}^θ - удлинение вертикального стержня поперечной арматуры.

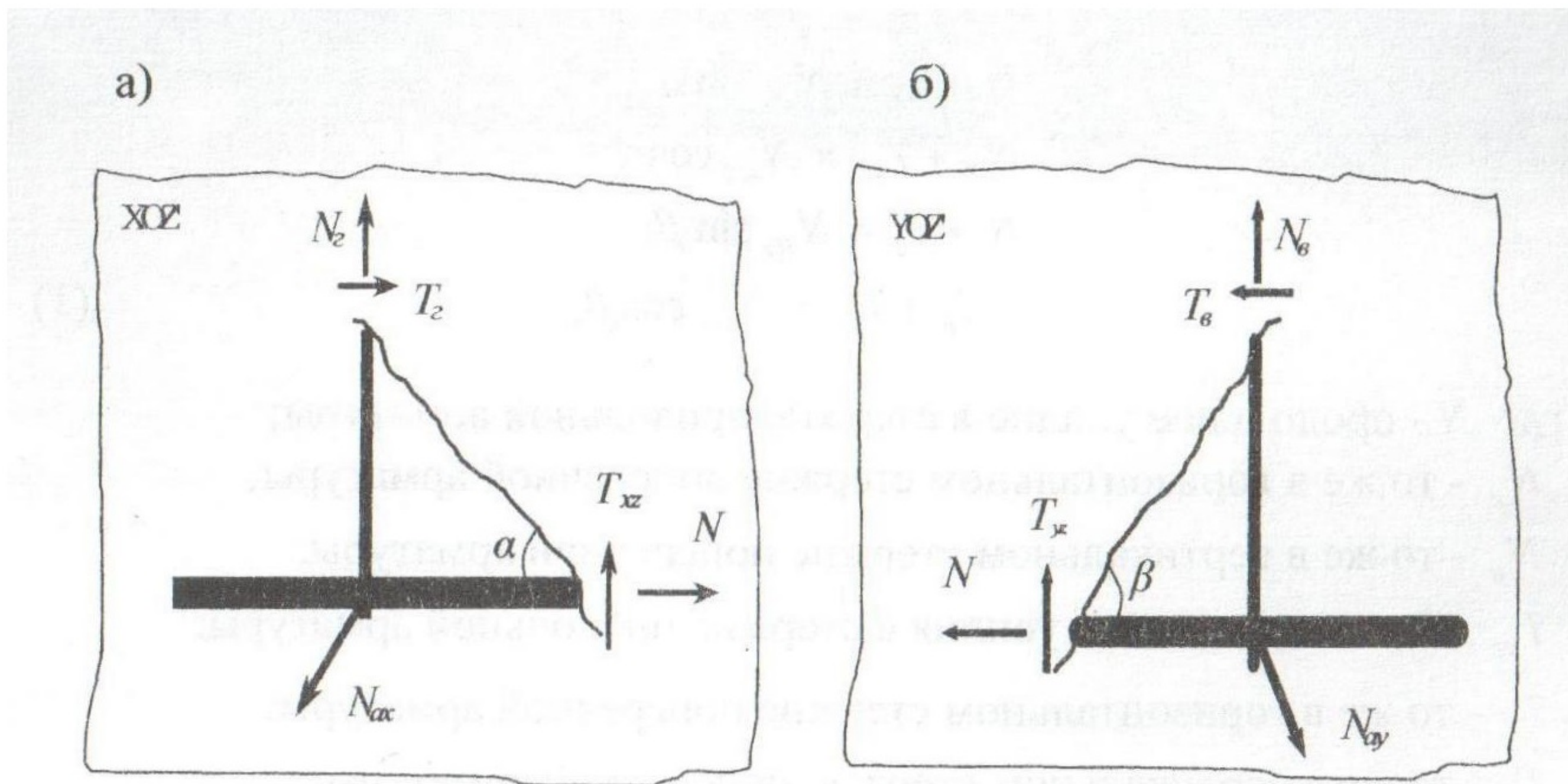


Рис. 1. Узел пересечения стержней продольной и поперечной арматуры: а) проекция на плоскость XOZ' ; б) проекция на плоскость YOZ' .

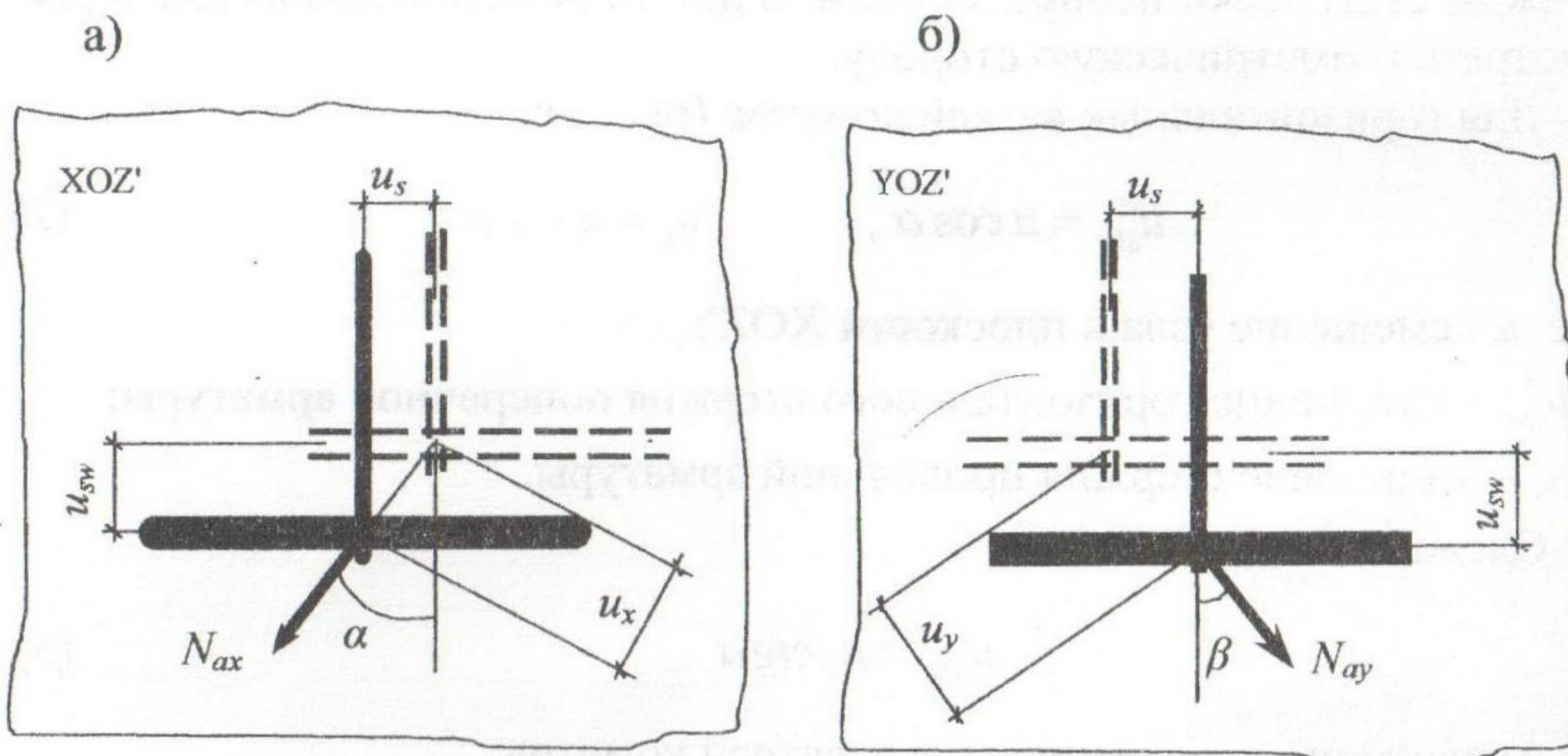


Рис. 2 Деформации стержней продольной и поперечной арматуры в узле их пересечения: а) проекция на плоскость XOZ' ; б) проекция на плоскость YOZ' .

Удлинение продольной и поперечной арматуры вызывают продольные силы. Поперечные силы на деформации удлинения влияния не оказывают. Таким образом, выражения (3) и (4) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{N_z l_{sw}}{E_{sw} A_{sw}} \Omega_{b,sw} &= \frac{N s}{E_s A_s} \Omega_{b,s} \operatorname{ctg} \alpha \\ \frac{N_\theta l_{sw}}{E_{sw} A_{sw}} \Omega_{b,sw} &= \frac{N s}{E_s A_s} \Omega_{b,s} \operatorname{ctg} \beta \end{aligned} \quad (5)$$

где l_{sw} - длина поперечного стержня;

s - шаг поперечной арматуры;

$\Omega_{b,sw}$ - коэффициент, учитывающий роль бетона в деформировании поперечной арматуры;

$\Omega_{b,s}$ - то же для продольной арматуры.

Предположим, что влияние бетона на деформации арматуры пропорционально площадям поверхности соприкосновения бетона со стержнями арматуры, которые составляют соответственно для продольной и поперечной арматуры:

$$F_s = \pi d_s s, \quad F_{sw} = \pi d_{sw} l_{sw}.$$

Тогда коэффициенты $\Omega_{b,sw}$ и $\Omega_{b,s}$ относятся следующим образом:

$$\frac{\Omega_{b,sw}}{\Omega_{b,s}} = \frac{F_{sw}}{F_s} = \frac{l_{sw} d_{sw}}{s d_s} \quad (6)$$

Принимая во внимание (6), уравнения (5) можно преобразовать к виду:

$$\frac{N_z l_{sw}^2}{E_{sw} d_{sw}} = \frac{N s^2}{E_s d_s} \operatorname{ctg} \alpha; \quad \frac{N_\theta l_{sw}^2}{E_{sw} d_{sw}} = \frac{N s^2}{E_s d_s} \operatorname{ctg} \beta \quad (7)$$

или

$$N_z = N k_x, \quad N_\theta = N k_y \quad (8)$$

где $k_x = \frac{d_{sw}}{d_s} \left(\frac{s}{l_{sw}} \right)^2 \frac{E_{sw}}{E_s} \operatorname{ctg} \alpha, \quad k_y = \frac{d_{sw}}{d_s} \left(\frac{s}{l_{sw}} \right)^2 \frac{E_{sw}}{E_s} \operatorname{ctg} \beta.$

Абсолютный сдвиг стержней продольной арматуры равен удлинению стержней поперечной арматуры соответствующего направления:

$$u_{xz} = u_{sw}^z, \quad u_{yz} = u_{sw}^6$$

Пользуясь законом парности касательных напряжений и выражениями (3), (4), находим относительные угловые деформации сдвига:

$$\gamma_{xz} = \frac{u_s \operatorname{ctg} \alpha}{l_{sw}^z}, \quad \gamma_{yz} = \frac{u_s \operatorname{ctg} \beta}{l_{sw}^6} \quad (9)$$

Умножая левые и правые части равенств (9) на $G_s A_s$, и применяя закон Гука, получим следующие соотношения усилий:

$$T_{xz} = N t_x, \quad T_{yz} = N t_y, \quad (10)$$

где

$$t_x = \frac{s \operatorname{ctg} \alpha}{2(1 + \mu_s) l_{sw}^z}, \quad t_y = \frac{s \operatorname{ctg} \beta}{2(1 + \mu_s) l_{sw}^6}.$$

Теперь, используя уравнения равновесия (1) и соотношения (8) и (10), можно решить задачу. В результате несложных преобразований выражения для усилий в продольном стержне примут следующий вид:

$$N = \frac{N_{ax} \cos \alpha}{k_x + t_x} \quad \text{или} \quad N = \frac{N_{ay} \cos \beta}{k_y + t_y} \quad (11)$$

$$T_{xz} = \frac{N_{ax} \cos \alpha}{k_x + t_x} t_x, \quad T_{yz} = \frac{N_{ay} \cos \beta}{k_y + t_y} t_y \quad (12)$$

Нормальные и касательные напряжения, возникающие в продольном арматурном стержне, пропорциональны соответствующим усилиям - N и T , а их соотношение обратно пропорционально отношению модуля упругости при осевых деформациях и модуля упругости при сдвиге.

Таким образом, из условия пластичности Губера-Мизеса-Генки, используя подход, предложенный В.Н. Байковым в [1], можно определить насколько уменьшается предел текучести стали стержней продольной арматуры в результате сложного напряженного состояния в сравнении с пределом текучести при одноосном растяжении.

$$\tilde{\sigma}_s^2 = \sigma_s^2 \left(1 - 3 \frac{\tau_{xz}^2}{\sigma_z^2} - 3 \frac{\tau_{yz}^2}{\sigma_z^2} \right) = \sigma_s^2 \left[1 - 12(1 + \mu_s)^2 \left(\frac{T_{xz}^2}{N^2} + \frac{T_{yz}^2}{N^2} \right) \right] \quad (13)$$

Подставляя в (13) выражения (11) и (12), получим:

$$\tilde{\sigma}_s = \sigma_s \sqrt{1 - 3s^2 \left(\frac{\text{ctg}^2 \alpha}{(l_{sw}^e)^2} + \frac{\text{ctg}^2 \beta}{(l_{sw}^b)^2} \right)} \quad (14)$$

В отсутствие крутящего момента, то есть в случае чистого изгиба $\alpha = \beta = 90^\circ$ и выражение (14) вырождается в равенство

$$\tilde{\sigma}_s = \sigma_s.$$

Из выражения (14) видно, что чем больше шаг поперечной арматуры, тем меньше предел текучести стали стержней продольной арматуры. Предел текучести продольной арматуры также зависит от ориентации трещин. Чем больше котангенс углов наклона, тем меньше расчетный предел текучести.

Выводы

1. При сложном напряженном состоянии расчетное значение предела текучести продольной арматуры следует уменьшать в сравнении с одноосным растяжением.
2. Учесть в расчете железобетонных элементов влияние совместной работы продольной и поперечной арматуры при сложном напряженном состоянии возможно при помощи выражения (14).
3. Величина коэффициента снижения зависит от ориентации трещин, то есть от соотношения изгибающего и крутящего моментов.

Литература

1. Байков В.Н. Исследование железобетонных элементов, подверженных изгибу и кручению с учетом снижения предела текучести сложнонапряженной арматуры // Изв. вузов. Сер.: Строительство и архитектура. - 1975. - № 1. - С. 11-17.
2. Школа Ю.А. Влияние стеснения на несущую способность и деформативность железобетонных стержневых элементов при изгибе с кручением // Будівельні конструкції.- Вип.. 62. т. 1. –Київ, НДІБК, 2005. – С. 386-392.
3. Школа Ю.А. Несущая способность и деформативность железобетонных стержневых элементов при сложном напряженном состоянии: дисс. ...канд. техн. наук, Одеса, 2002, 197 с.