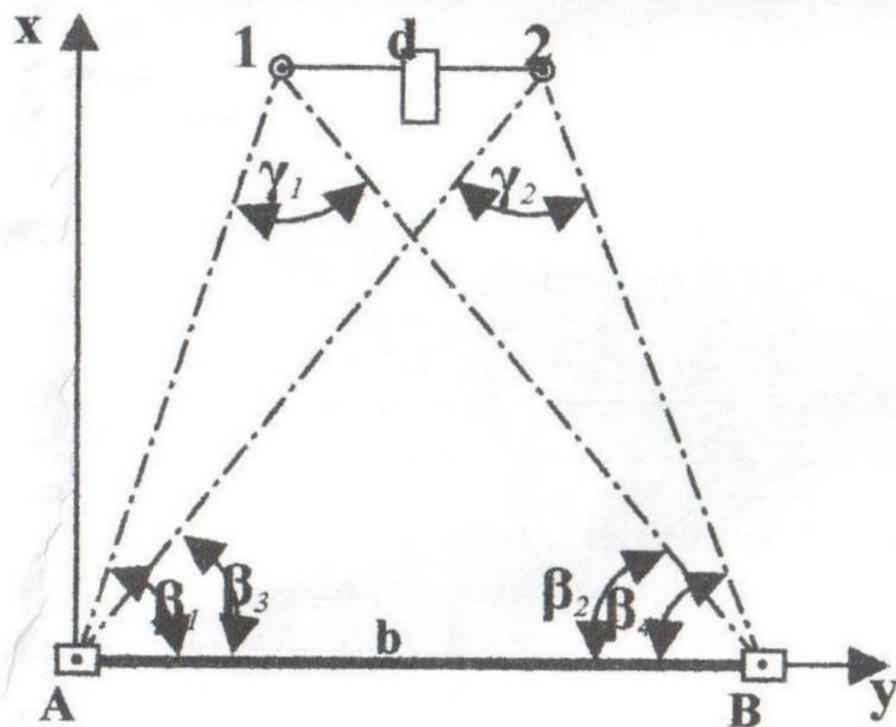


ВИЗНАЧЕННЯ НЕПРИСТУПНОЇ ВІДДАЛІ ЗА СПРОЩЕНИМИ ФОРМУЛАМИ ЮНГА

Стукальський В.П., Шаргар О.М. (Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса)

Викладається спосіб визначення віддалей, які недоступні для безпосереднього їх вимірювання (точки знаходяться на значній висоті від земної поверхні, або відсутня видимість між ними).

Нехай потрібно визначити віддаль між точками 1 і 2 мірною стрічкою або рулеткою (див. рисунок). З цією метою вибирають рівну ділянку де розміщують і вимірюють безпосередньо лінію АВ, яка називається базисом. Після цього теодолітом вимірюють горизонтальні кути $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$.



Визначення неприступної віддалі d між точками 1 і 2

Розмістивши початок умовної системи координат у пункті А та спрямувавши вісь ординат уздовж базису АВ, матимемо, що $x_A = y_A = x_B = 0, y_B = AB = b$, де b -горизонтальне прокладання базису АВ.

Підставивши ці значення у відомі формули Юнга [1], матимемо координати для точки 1.

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{b}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2} \\ y_1 &= x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

та аналогічно для точки 2

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \frac{b}{\operatorname{ctg} \beta_3 + \operatorname{ctg} \beta_4} \\ y_2 &= x_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

в умовній системі координат.

Тоді горизонтальне прокладання d лінії 1-2 можна визначити за формулою:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (3)$$

Підставивши у формулу (3) замість x_1, y_1, x_2, y_2 їхні значення з виразів (1) і (2), після відповідних перетворень матимемо

$$d = b \cdot \sqrt{\frac{\sin^2 \beta_2}{\sin^2 \gamma_1} + \frac{\sin^2 \beta_4}{\sin^2 \gamma_2} - 2 \cdot \frac{\sin \beta_2 \cdot \sin \beta_4 \cdot \cos(\beta_1 - \beta_3)}{\sin \gamma_1 \cdot \sin \gamma_2}}, \quad (4)$$

де γ_1 і γ_2 – кути засічок відповідно точок 1 і 2, які обчислюються відповідно за формулами: $\gamma_1 = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ і $\gamma_2 = 180^\circ - (\beta_3 + \beta_4)$.

Середня квадратична похибка m_d визначення віддалі 1-2 може бути обчислена за формулою:

$$m_d = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}, \quad (5)$$

де m_1 і m_2 – відповідно середні квадратичні похибки планового положення точок 1 і 2.

У свою чергу середні квадратичні похибки планового положення точок 1 і 2 можуть бути розраховані за формулами:

$$m_1 = \frac{b \cdot m_\beta''}{\rho'' \cdot \sin^2 \gamma_1} \cdot \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}; \quad m_2 = \frac{b \cdot m_\beta''}{\rho'' \cdot \sin^2 \gamma_2} \cdot \sqrt{\sin^2 \beta_3 + \sin^2 \beta_4}. \quad (6)$$

Якщо базис АВ розмістити симетрично відносно відрізка 1-2 і водночас паралельно йому, то можна вважати, що $\beta_1 + \beta_2 \approx \beta_3 + \beta_4$, $\gamma_1 \approx \gamma_2 = \gamma$ і $m_1 = m_2 = m$. Тоді формула (5) буде мати такий вигляд

$$m_d = m \cdot \sqrt{2} = \frac{b \cdot m_\beta''}{\rho'' \cdot \sin^2 \gamma} \cdot \sqrt{2(\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2)}, \quad (7)$$

де m_β'' – середня квадратична похибка вимірювання кутів; ρ'' – радіан, $\rho'' = 206265''$.

З формули (7) очевидно, що значення похибки m_d при інших рівних умовах різко зменшується при наближенні кута засічки до 90° .

Приклад. Визначити горизонтальне прокладання d між точками 1 і 2 (див. рисунок), абсолютну та відносну похибки цього визначення, якщо довжина базису $b=300$ м, а виміряні з середньою квадратичною

похибкою $m_{\beta} = 5''$ кути $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ відповідно склали $\beta_1 = 55^\circ, \beta_2 = 40^\circ, \beta_3 = 40^\circ, \beta_4 = 55^\circ$.

1. Згідно з формулою (4) будемо мати

$$d = 300 \cdot \sqrt{\frac{\sin^2 40^\circ}{\sin^2 85^\circ} + \frac{\sin^2 55^\circ}{\sin^2 85^\circ} - \frac{2 \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 55^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\sin 85^\circ \cdot \sin 85^\circ}} = 77.942 \text{ м}$$

2. Згідно з формулою (7) будемо мати

$$m_d = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 5''}{206265'' \cdot \sin^2 85^\circ} \cdot \sqrt{2(\sin^2 55^\circ + \sin^2 40^\circ)} = 10,7 \text{ мм}$$

3. Відносна похибка визначення горизонтального прокладання між точками 1 і 2 у даному випадку складає

$$\frac{m_d}{d} = \frac{1}{d : m_d} = \frac{1}{77942 : 10,7} = \frac{1}{7284}$$

Висновок

У результаті дослідження одержані формули для визначення неприступних для безпосереднього вимірювання віддалей і оцінка їх точності.

Наведений приклад визначення неприступної віддалі і оцінка точності цього визначення за даними польових вимірювань підтверджує високу точність обробки за приведеними в роботі формулами.

Література

1. Краткий топографо-геодезический словарь-справочник. Под редакцией Б.С. Кузьмина. - М.: Недра, 1973.-280 с.
2. Визначення крену споруди способом прямої кутової засічки за спрощеними формулами Юнга. Стукальський В.П. – Вісник геодезії та картографії №1, Київ, 1998.
3. Справочник геодезиста (в 2-х книгах). Большаков В.Д., Левчук Г.П. и др.- М.: Недра, 1985.-1038 с.
4. Математична обробка геодезичних вимірювань. Теорія похибок вимірів. Войтенко С.П.- К.: КНУБА, 2003.-216 с.