

НДС ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА С НОРМАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ ПРИ КРУЧЕНИИ

Азизов Т.Н., д.т.н., профессор

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Украина

Постановка задачи и анализ исследований. Исследования крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами представляют собой актуальную задачу в области расчета строительных конструкций. От крутильной и изгибной жесткостей существенно зависит перераспределение усилий в статически неопределимых системах [5]. Но если изучению изгибной жесткости железобетонных элементов с трещинами посвящено достаточно большое количество работ, то разработка методов определения крутильных жесткостей элементов с нормальными трещинами находится на начальной стадии. К таким работам относятся исследования автора и его учеников [1-4], а также исследования проф. А.Ф. Яременко [9]. Существующие ранее исследования деформаций железобетонных элементов при кручении и изгибе с кручением предполагали наличие в них пространственных трещин [6-8].

В работах автора [1-3] предложена методика определения крутильной жесткости элементов прямоугольного сечения с нормальными трещинами. При этом после мысленного рассечения продольной арматуры передача крутящего момента с блока на блок, отделенные трещинами, осуществляется через сжатую от изгиба зону. В выше названных работах НДС элемента прямоугольного сечения при приложении крутящего момента на части поперечного сечения предложено рассматривать с помощью рассечения стержня на полосы (стержни). При этом вертикальные усилия, действующие по плоскости рассечения, условно сосредоточены на гранях полос. Это, в известной степени, приближенная модель. Для уточнения НДС следует рассматривать усилия, действующие по всей плоскости рассечения элемента продольными сечениями на полосы.

В связи с вышесказанным **целью настоящей статьи** является совершенствование и уточнение методики определения НДС железобетонных элементов с нормальными трещинами при кручении, которое заключается в рассмотрении объемных эпюр распределения внутренних усилий по плоскости рассечения элемента на отдельные полосы.

Изложение основного материала. Как было сказано выше в работах [1-3] предполагается, что неизвестные вертикальные внутренние усилия сосредоточены на гранях отсеченных полос (рис. 1).

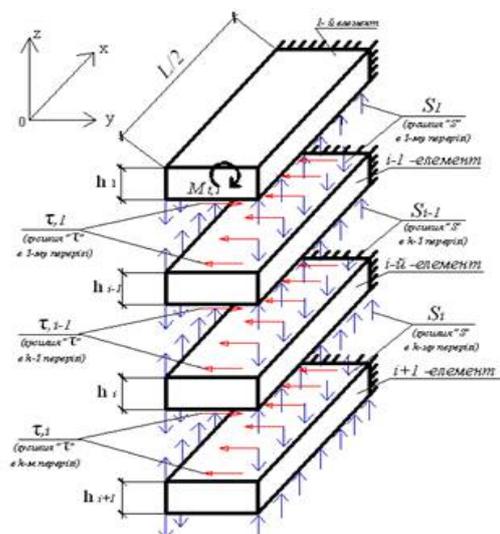


Рис.1. Усилия, действующие по плоскости рассечения стержня, рассеченного на n слоев.

Для уточнения НДС рассмотрим распределение вертикальных усилий S по всей ширине b поперечного сечения (рис. 2).

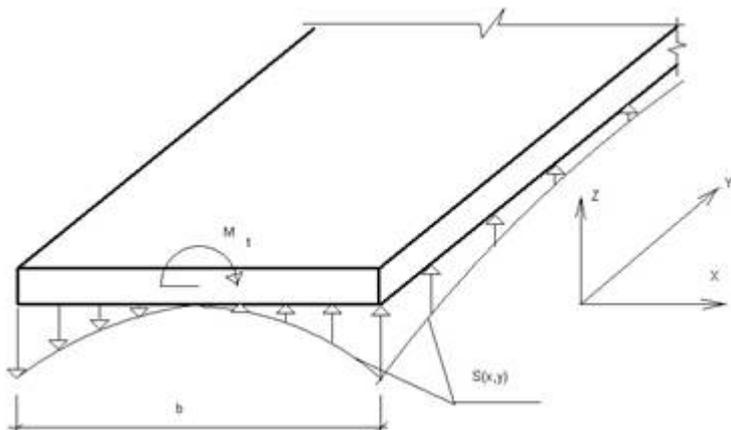


Рис. 2. Схема действия внутренних вертикальных усилий по плоскости отсеченной полосы

В общем случае усилия $S(x,y)$ распределяются по ширине сечения b нелинейно (см. рис. 2). Об учете такой нелинейности будет сказано ниже. Для упрощения задачи и учитывая, что задача решается с помощью рассечения на отдельные полосы (стержни), кручение которых подразумевает их плоский поворот, будем считать распределение усилий по ширине сечения b линейным (рис. 3).

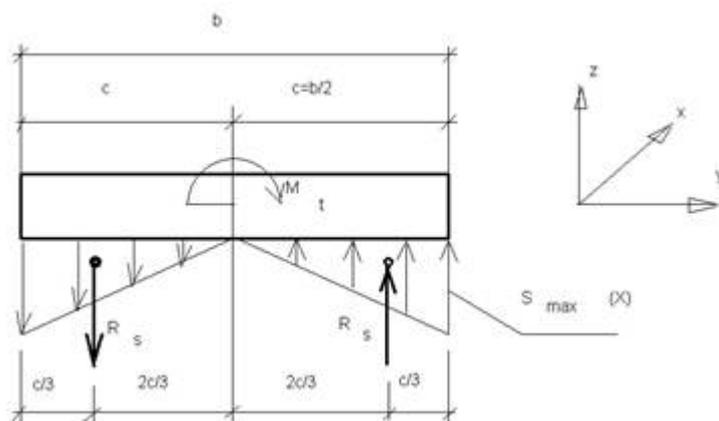


Рис.3. Схема линейного распределения внутренних вертикальных усилий по ширине сечения отсеченной полосы

Через

$$m_z(x) = \frac{2 \cdot c^2}{3} S_{\max}(x)$$

$$M_z(x) = \frac{2 \cdot c^2}{3} Q_s(x)$$

где

$$Q_s(x) = \int_0^x S(x) dx \quad (3)$$

В [2, 3] крутящие моменты от вертикальных усилий определяются по выражению:

$$M_t(x) = Q_s(x) \cdot b \quad (4)$$

В отличие выражений крутящих моментов по выражениям (2) и (4) состоит основная разница расчетов по предлагаемой в настоящей статье методике и методике [2,3].

С учетом вышесказанного, система дифференциальных уравнений для определения

$$\begin{aligned}
 & M_{t,j} = M_{t,j}(x) \\
 & T_i = T_i(x) \quad Q_{s,i} = Q_{s,i}(x) \\
 & \qquad \qquad \qquad r_i \\
 & \qquad \qquad \qquad GJ_i \\
 & -M_{t,i} \frac{r_i}{GJ_i} + T_{i-1} \frac{r_i^2}{GJ_i} + T_i \frac{r_i^2}{GJ_i} - \frac{2C^2 r_i}{3GJ_i} Q_{s,i-1} + \frac{2C^2 r_i}{3GJ_i} Q_{s,i} + \\
 & + T_i^{\text{II}} \frac{r_i}{G \cdot b} = M_{t,i+1} \frac{r_{i+1}}{GJ_{i+1}} - T_i \frac{r_{i+1}^2}{GJ_{i+1}} - T_{i+1} \frac{r_{i+1}^2}{GJ_{i+1}} + \\
 & + \frac{2C^2 r_{i+1}}{3GJ_{i+1}} Q_{s,i} - \frac{2C^2 r_{i+1}}{3GJ_{i+1}} Q_{s,i+1} - T_i^{\text{II}} \frac{r_{i+1}}{G \cdot b} \\
 & M_{t,j} \frac{C}{GJ_i} - T_{i-1} \frac{r_i \cdot C}{GJ_i} - T_i \frac{r_i \cdot C}{GJ_i} + \frac{2 \cdot C^3}{3GJ_i} Q_{s,i-1} - \frac{2 \cdot C^3}{3GJ_i} Q_{s,i} - \\
 & Q_{s,i}^{\text{II}} \frac{r_i}{E(A=1)} = M_{t,i+1} \frac{C}{GJ_{i+1}} - T_i \frac{r_{i+1} \cdot C}{GJ_{i+1}} - T_{i+1} \frac{r_{i+1} \cdot C}{GJ_{i+1}} + \\
 & + \frac{2 \cdot C^3}{3GJ_{i+1}} Q_{s,i} - \frac{2 \cdot C^3}{3GJ_{i+1}} Q_{s,i+1} + Q_{s,i}^{\text{II}} \frac{r_{i+1}}{EA}
 \end{aligned}$$

в виде ряда Фурье, аналогично [2]. Общий вид функции изменения вертикальных усилий будет иметь вид:

$$S(x, y) = (a \cdot y + b \cdot y^2 + c \cdot y^3 + \dots) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{l} x\right) \quad (6)$$

Неизвестные коэффициенты a, b, c, \dots определяются из условия совместности вертикальных деформаций в фиксированных точках по ширине сечения полос. При этом по длине полос условия совместности удовлетворяются дифференциально, т.е. во всех точках. Так, если требуется совпадение вертикальных деформаций в трех точках по ширине сечения (включая крайнюю на грани полосы), то неизвестными будут три постоянные.

Совпадение перемещений (деформаций) в некоторых фиксированных точках сродни известному методу коллокаций.

Погонный крутящий момент от действия вертикальных усилий $S(x, y)$ при учете, например, двух коэффициентов полинома будет определяться по выражению:

$$m_t(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2 \cdot b^3}{3} a_n + \frac{b^4}{2} b_n \right) \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{l} x\right) \quad (7)$$

Как видим, неизвестные коэффициенты полинома также имеют индекс n , т.к. они определяются для каждого члена ряда Фурье, который сходится достаточно быстро (вполне достаточно 5-7 нечетных членов ряда для получения хорошей сходимости). В выражении (7) b – ширина сечения полосы (см. рис. 3).

Если не учитывать разную степень деформативности волокон полос, находящихся близко к их граням и внутри них, то расчет с применением (7) приводит к таким значениям неопределенных коэффициентов

ЛИТЕРАТУРА

1. Азизов Т.Н. Общий подход к определению крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 17., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2008. – С. 92-99.
2. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 7. Том 1. - Київ: ДерждорНДІ, 2007. - С. 3-8.
3. Азизов Т.Н., Срибняк Н.Н. Деформации железобетонных элементов с трещинами при кручении // Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 9. – К.: ДерждорНДІ, 2008. – С. 5-11.
4. Азизов Т.Н., Стадник В.И. Крутильная жесткость тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 33 – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2009. – С. 4-11.
5. Горнов В.Н. Исследование прочности и жесткости индустриальных конструкций жилых домов. – М.: Госстройиздат, 1954. – 240 с.
6. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
7. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
8. Чиненков Ю.В. Исследование работы железобетонных элементов при совместном действии изгиба и кручения // Исследования прочности железобетонных конструкций: сб. НИИЖБ. – Вып. 5. – М.: Госстройиздат, 1959. – С. 29-53.
9. Яременко А.Ф., Чучмай А.М., Яременко Н.А. Инженерная методика определения крутильной жесткости железобетонных балок с нормальными трещинами // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 33 – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2009. – С. 146-151.