

АППРОКСИМАЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЖЕСТКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ТРЕЩИНАМИ ПРИ КРУЧЕНИИ

Азизов Т.Н., Парамонов Д.Ю. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

Наведений метод визначення крутної жорсткості залізобетонних елементів з нормальними тріщинами з використанням аппроксимаційних залежностей переміщень у тріщині, одержаних на основі обробки даних числового експерименту по МКЕ з використанням об'ємних кінцевих елементів.

Постановка задачи и анализ исследований. В существующих методах определения деформаций при кручении предполагается наличие пространственных трещин [5]. Большинство исследований посвящено вопросам прочности при кручении [6].

В работах автора и его учеников [2, 3, 7] проведена серия исследований крутильной жесткости железобетонных элементов прямоугольного и таврового сечений с нормальными трещинами. В этих работах показана важность таких исследований, показано, что основной частью задачи определения крутильной жесткости железобетонного элемента с нормальными трещинами является определение взаимного перемещения берегов трещины. Эту задачу можно решать как приближенным способом [2, 7], так и с использованием метода конечных элементов. Однако, использование метода конечных элементов в реальном проектировании зачастую связано с трудностями создания расчетных схем, дополнительной тратой времени, наличием необходимых программных комплексов и т.п. Одним из недостатков решения этой задачи также является условие использования большого количества объемных конечных элементов, что усложняет как создание расчетной схемы, так и анализ результатов расчета, тем более, что это является только частью решения общей задачи о НДС железобетонного элемента с нормальными трещинами при кручении [2, 3, 7]. Использование решений теории упругости [4] возможно далеко не во всех случаях рассматриваемой задачи [2, 7].

Одним из способов решения задачи об определении перемещения берегов трещины при кручении является предложенный в [1] метод. Его использование может существенно упростить решение инженерной задачи.

Целью настоящей статьи является проверка применимости методики, предложенной в [1], для определения крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами.

Изложение методики. Следуя [1] можно предположить, что взаимное перемещение берегов трещины будет являться четкой функцией от высоты сжатой зоны, высоты и ширины сечения балки и расстояния между трещинами. Рассмотрим для начала зависимость перемещений от двух параметров – ширины b и высоты h сечения при фиксированном значении расстояния между трещинами и высоты сжатой от изгиба зоны. В таком случае можно будет построить график такой зависимости в виде некоторой поверхности.

Для объяснения получения аппроксимационной зависимости рассмотрим пример. Пусть имеется балка прямоугольного поперечного сечения из материала с модулем упругости $E_b=32500$ МПа. Остальные параметры имеют следующие значения: расстояние между трещинами $l_{тр} = 400$ мм; высота сжатой зоны $x = 30$ мм, крутящий момент $T=1000$ Н·см.

Аппроксимация искомой поверхности в среде **Matlab** производится достаточно просто. Авторами предварительно был проведен ряд расчетов по МКЭ с использованием объемных конечных элементов. Варьируемые параметры и перемещения приведены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные параметры для аппроксимации

№ п/п	Расст. между трещ. l_{cre} , мм	Высота сжатой зоны x , мм	b , мм	h , мм	Перемещение берегов трещины (по МКЭ) $\Delta \cdot 10^3$ (мм)
1	400	30	60	100	3.104
2			80	100	1.668
3			100	100	1.043
4			60	180	7.614
5			80	180	3.879
6			100	180	2.305
7			160	180	0.769
8			180	180	0.585

В результате обработки исходных данных в среде **Matlab** получена аппроксимационная поверхность, показанная на рис. 1.

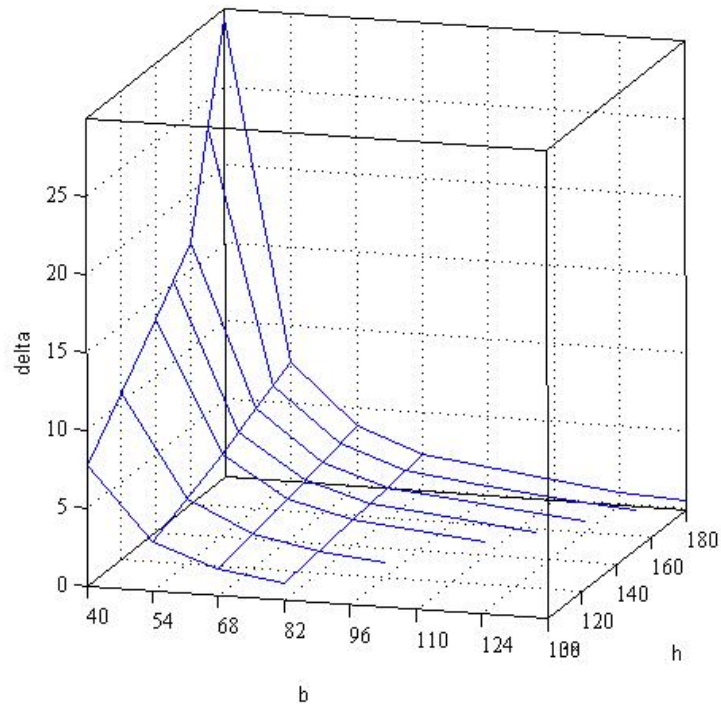


Рис.1. Зависимость перемещения берегов трещины (delta) от ширины (b) и высоты (h) сечения балки

Для сравнения перемещений, полученных в результате аппроксимации, с перемещениями, полученными непосредственно из расчетов по МКЭ с использованием объемных конечных элементов, составлена таблица 2. В графе 6 таблицы приведены значения перемещений, полученных по МКЭ. В графе 7 – перемещения, полученные на основе аппроксимации в среде **Matlab**. Как видно из таблицы значения в графах 6 и 7 совпадают с достаточно высокой точностью, что подтверждает правильность принятого подхода к решению задачи.

Для пояснения преимуществ предложенного подхода рассмотрим методику определения крутильной жесткости элемента с нормальными трещинами. Пусть требуется определить

крутильную жесткость железобетонного элемента прямоугольного сечения с нормальными трещинами с определенной высотой и шириной сечения.

Известно [2, 8], что после рассечения продольной арматуры нагельная сила Q в ней определяется из условия совместности деформаций в месте рассечения арматуры (рис. 2).

Таблица 2. Сравнение перемещений берегов трещины, полученных по МКЭ и аппроксимационным методом

№ п/п	Расст. между трещинами l_{crc} (мм)	Высота сжатой зоны x (мм)	b (мм)	h , (мм)	Перемещение $\Delta \cdot 10^3$ (мм)		Погрешность (%)
					МКЭ	Аппроксимация	
1	400	30	60	140	5.2469	5.3575	2.11
2			80	140	2.72018	2.7735	1.96
3			100	140	1.641188	1.6743	2.02
4			140	140	0.770339	0.8139	5.65
5			60	160	6.40637	6.4858	1.24
6			80	160	3.288858	3.3262	1.14
7			100	160	1.96683	1.9898	1.17
8			160	160	0.688064	0.6992	1.62
9			120	120	0.89508	0.90685	1.31
10			90	130	1.87789	1.8287	2.62
11			90	150	2.292	2.263	1.29
12			130	150	0.99102	1.0638	7.34
13			150	150	0.71663	0.7994	11.55

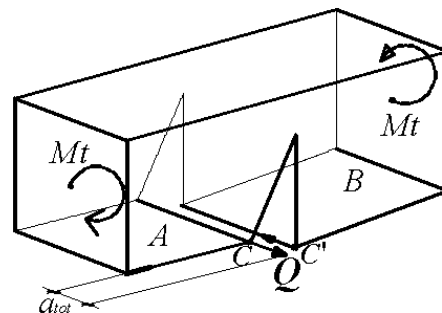


Рис. 2. Схема для определения нагельной силы в арматуре

Определим деформации элемента в трещине по методике [2, 8]. Расхождение точек C и C' (см. рис. 2) в месте разреза арматуры должно быть равно нулю:

$$\Delta_C = \Delta_{Mt} - \Delta_Q - \Delta_{sm} = 0, \quad (1)$$

где Δ_{Mt} - расхождение точек от действия внешнего момента M_t ; Δ_Q - расхождение точек от кручения стержня искомой нагельной силой Q ; Δ_{sm} - расхождение точек от смятия бетона нагельной силой Q . Ввиду того, что бетон сминается в обоих блоках, отделенных трещиной, величину Δ_{sm} следует умножить на 2. Если обозначить расхождения точек в результате действия единичной нагельной силы $\bar{Q}=1$ от кручения и от смятия соответственно $\Delta_{Q,ed}$ и $\Delta_{sm,ed}$, то из выражения (1) с учетом сделанного выше примечания для Δ_{sm} получим значение нагельной силы:

$$Q = \frac{\Delta_{Mt}}{\Delta_{Q,ed} + 2 \cdot \Delta_{sm,ed}}, \quad (2)$$

Составляющую Δ_{Mt} можно определить по МКЭ с использованием программных

комплексов. При этом следует использовать объемные конечные элементы, что имеет (см. выше) определенные сложности. Можно также определить из аппроксимационных зависимостей (по таблице 2 в зависимости от ширины и высоты сечения элемента).

Составляющую $\Delta_{sm,ed}$ также можно определить как по МКЭ, так и по аппроксимационным зависимостям, полученным подобно рис. 1 и табл. 2, но для соответствующей схемы загрузки. Составляющая $\Delta_{sm,ed}$ от смятия единичной нагельной силой \bar{Q} определяется с использованием эмпирических данных [7]:

$$\Delta_{sm,ed} = \varphi_{cc} \left(1000 \frac{\bar{Q}^2}{d_s^3 E_b^2} + \frac{\bar{Q}}{d_s E_b} \right), \quad (3)$$

где $\varphi_{cc}=1$ при кратковременном действии нагрузки; d_s – диаметр арматурного стержня; E_b – модуль упругости бетона.

После вычисления неизвестной величины Q достаточно просто определить полное перемещение в трещине α_{tot} (см. рис. 2):

$$\alpha_{tot} = 2 \cdot \Delta_{sm,ed} \cdot Q \quad (4)$$

Далее определяется коэффициент k_t , представляющий собой отношение деформативности элемента с нормальной трещиной к деформативности элемента без трещин:

$$k_t = \frac{\alpha_{tot} + \alpha_e}{\alpha_e}, \quad (5)$$

где α_e – перемещение от кручения элемента без трещин, которое определяется по формуле:

$$\alpha_e = R \cdot \varphi_e; \quad (6)$$

R – радиус поворота до точки определения перемещения (для прямоугольного сечения – это практически половина высоты полного сечения балки); φ_e – угол поворота упругого (без трещин) элемента длиной, равной расстоянию между трещинами, определяемый по известной формуле сопротивления материалов:

$$\varphi_e = \frac{M_t \cdot l_{cr}}{GJ_t}, \quad (7)$$

где GJ_t – крутильная жесткость элемента без трещин.

Величина k_t представляет собой отношение крутильной жесткости элемента без трещин к жесткости элемента с трещинами, т.е. во сколько раз жесткость элемента с нормальными трещинами меньше первоначальной его жесткости.

Как видим, использование аппроксимационных зависимостей (см. табл. 2) позволяет определить жесткость железобетонного элемента прямоугольного сечения с нормальными трещинами без применения сложной процедуры использования объемных конечных элементов. Инженеры-проектировщики при таком подходе получают существенные преимущества при проектировании соответствующих систем.

Аналогичный подход достаточно просто применить для элементов с любой другой формой сечений (тавровые, двутавровые, коробчатые и др.), а также с наклонными трещинами. При этом количество переменных данных для аппроксимации может быть различным.

Создание библиотеки аппроксимационных функций (подобно табл.2, рис. 1) позволило бы существенно упростить решение многих задач определения жесткостных параметров железобетонных элементов с трещинами без использования сложных программных комплексов, использующих МКЭ.

При определении жесткостных параметров железобетонного элемента с нормальными (или наклонными) трещинами при кручении для определения перемещений каких-либо точек следует составить аппроксимационные уравнения (на основе некоторого количества расчетов с помощью МКЭ), в которых должны варьироваться размеры сечения b и h , высота сжатой зоны (высота зоны, через которую передается крутящий момент), а также длина блока, отделенного нормальными трещинами, угол наклона трещины (в случае наклонных трещин) и т.д.

Выводы и перспективы исследования. Предлагаемый способ позволяет определять крутильную жесткость железобетонных элементов с нормальными и наклонными трещинами с помощью определения перемещений отдельных точек, полученных путем аппроксимации определенными функциями этих перемещений, полученных в результате численного решения задач методом конечных элементов.

В перспективе следует создать библиотеку аппроксимационных функций для различного типа сечений, различных трещин с целью предоставления возможности инженерам решения задач определения крутильной жесткости железобетонных элементов с нормальными и наклонными трещинами без применения сложной процедуры использования объемных конечных элементов.

SUMMARY

A method for determining the torsional stiffness of concrete-elements with normal cracks using the residual displacement curves in the fracture, derived from data of numerical experiment on the finite element method using three-dimensional finite element is represented.

Литература

1. Азизов, Т.Н. Использование аппроксимационных конечных элементов в расчетах конструкций / Т.Н. Азизов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2010. – № 39, частина 1. – С. 4-9.
2. Азизов, Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами / Т.Н. Азизов // Дороги і мости. Збірник наукових праць. К.: ДерждорНДІ, 2007. – Вип. 7. Том 1. – С. 3-8.
3. Азизов, Т.Н. Крутильная жесткость тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами / Т.Н. Азизов, В.И. Стадник // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – 2009. – № 33 – С. 4-11.
4. Арутюнян, Н.Х. Кручение упругих тел. / Н.Х. Арутюнян, Б.Л. Абрамян; – М.: Физматгиз, 1963. – 688 с.
5. Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. / Н.И. Карпенко; – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
6. Коуэн, Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне: Пер. с англ. / Г.Дж. Коуэн; – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.
7. Срібняк, Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами: автореф. дис. канд. техн. наук 05.23.01 / Срібняк Наталія Миколаївна; Одеська державна академія будівництва та архітектури. – О., 2009. – 23 с.
8. Azizov, T. Effect of torsional rigidity of concrete elements with normal cracks onto special work of bridges and floorings / T. Azizov // International science Ukrainian edition. – USA – December, 2010. – P.55-59.