УДК 681.3 : 624.2

О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ФОРМИРОВАНИЯ МАТРИЦ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО ВАРИАНТА МГЭ ПРИ РАСЧЕТЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Ковров А.В., Ковтуненко А.В. *(Одесская государственная академия строительства и архитектуры)*

Сформульовані закономірності формування матриць, що входять до вирішуючого рівняння чисельно-аналітичного варіанту МГЕ, при розрахунку багатоповерхових багатопрогонових залізобетонних рамних конструкцій.

Актуальность исследований – современные расчеты зданий и сооружений, имеющих рамную конструкцию, требуют учет реальной работы, как материалов, так и узловых соединений элементов.

Численно-аналитический вариант МГЭ позволяет реализовать учет реальной работы конструкций при расчете рамных конструкций. Это обуславливает необходимость совершенствования процесса автоматизации формирования матриц, входящих в разрешающее уравнение.

Цель работы – изучить закономерности и разработать предложения по автоматизации формирования матриц численно-аналитического варианта МГЭ, при расчете многоэтажных многопролетных железобетонных рамных конструкций.

В работах [1, 3] изложены основные правила формирования систем разрешающих уравнений численно-аналитического варианта МГЭ.

В работе [4] рассмотрены основные принципы и правила формирования матриц численно-аналитического варианта МГЭ, позволяющие автоматизировать расчет рамных конструкций.

Рассматривая уравнения равновесия узлов рамы и совместности деформаций, в соответствии с [4] и выполняя характерную цепочку преобразований, в соответствии с [1, 3], получаем разрешающее уравнение численно-аналитического варианта МГЭ, имеющее вид:

$$A^*(l_i)\cdot X^* = -B(l_i) \qquad (1)$$

где $B(l_i)$ – матрица нагрузки, формируемая в соответствии с [1];

X^* – вектор граничных параметров, определяемый по формуле:

$$X^* = \begin{array}{|c|l} \hline X_1^1 & \\ \hline X_2^1 & \\ \hline & \quad 1 \\ \hline X_n^1 & \\ \hline \hline & \\ \hline \hline X_1^{m+1} & \\ \hline X_2^{m+1} & \\ \hline & \quad m+1 \\ \hline X_n^{m+2} & \\ \hline \hline X_1^{m+2} & \\ \hline X_2^{m+2} & \\ \hline & \quad m+2 \\ \hline X_n^{m+2} & \\ \hline \hline & \\ \hline \hline X_1^{2m+1} & \\ \hline X_2^{2m+1} & \\ \hline & \quad 2m+1 \\ \hline X_n^{2m+1} & \\ \hline \end{array} \qquad (2)$$

$$X_i^j = \left| \begin{array}{l} M_k(l_k) \\ Q_k(l_k) \\ M_{(m-1)n+i}(0) \\ Q_{(m-1)n+I}(0) \\ N_k(l_k) \\ N_{(m-1)n+i}(0) \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \text{при } j = 1 \ldots m+1,\ i = 1 \\ \text{при } j = m+2 \ldots 2m+1,\ i = 1 \ldots n-1 \end{array} \qquad (3)$$

где k – номера элементов, для которых внутренние усилия являются независимыми граничными параметрами

$$X_i^j = \left| \begin{array}{l} EIv_{(m-1)n+i}\ (0) \\ \\ EI\varphi_{(m-1)n+i}\ (0) \\ M_{(m-1)n+i}(0) \\ Q_{(m-1)n+I}(0) \\ EAu_{(m-1)n+i}\ (0) \\ N_{(m-1)n+i}(0) \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \text{при } j = 1 \ldots m+1,\ i = 2 \ldots n \\ \text{при } j = m+2 \ldots 2m+1,\ i = n \\ \\ \end{array} \qquad (4)$$

$A^*(l_i)$ – матрица коэффициентов.

В результате исследований предложено матрицу коэффициентов формировать по следующей формуле:

$$A^* = A \cdot C_1 + C_2 + C_3 + K_1 + K_2 + K_3 \qquad (5)$$

где: A – исходная матрица коэффициентов, имеющая вид

$$A = \begin{Vmatrix} |A_1| & |0| & \ldots & |0| \\ |0| & |A_2| & \ldots & |0| \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ |0| & |0| & \ldots & |A_n| \end{Vmatrix} \qquad (6)$$

для которой каждый блок формируется по формуле:

$$\boldsymbol{A_i} = \begin{vmatrix} 1 & l_i & -l_i^2/2 & -l_i^3/6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -l_i & -l_i^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad (7)$$

$\boldsymbol{K}_1$ – матрица зависимостей между усилиями и жесткостями вертикальных участков, имеющая вид:

$\boldsymbol{K}_1$ = (8)

1	2		$\boldsymbol{m}$ +1	$\boldsymbol{m}$ + 2		2$\boldsymbol{m}$ +1
k_1^1	0		0	0		0
0	k_2^1		0	0		0
0	0		k_{m+1}^1	0		0
0	0		0	0		0
0	0		0	0		0

k_i^1 = (9)

1	2	3		$\boldsymbol{n}$ – 1	$\boldsymbol{n}$
0	A_1^{k1}	0		0	0
0	0	A_2^{k1}		0	0
0	0	0		A_{n-2}^{k1}	0
0	0	0		0	A_{n-1}^{k1}
0	0	0		0	

$$A_1^{k1} = \begin{vmatrix} -EI_i/EI_{i+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -EI_i/EI_{i+1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EI_i/EA_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \qquad (10)$$

$\boldsymbol{K}_2$ – матрица зависимостей между усилиями и жесткостями горизонтальных участков, имеющая вид:

$\boldsymbol{K}_2$= (11)

1		$\boldsymbol{m}$ +1	$\boldsymbol{m}$ +2	$\boldsymbol{m}$ +3		2$\boldsymbol{m}$ +1
0		0	0	0		0
0		0	0	0		0
0		0	0	k_1^2		0
0		0	0			0
0		0	0	0		k_{m-1}^2 0
0		0	0	0		0

$$
k_i^{2} = \begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & 1 & 2 & & n \\
\hline
 & 0 & 0 & & 0 \\
 & 0 & 0 & & 0 \\
 & & & & \\
 & 0 & 0 & & A_j^{k2} \\
\hline
\end{array} \qquad (12)
$$

$$
A_j^{k2} = \begin{vmatrix}
-EI_k/EI_{k+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -EI_k/EI_{k+1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -EA_k/EA_{k+1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix} \qquad (13)
$$

$\boldsymbol{K}_3$ – матрица зависимостей между жесткостями горизонтальных и вертикальных участков, имеющая вид:

$$
\boldsymbol{K}_3 = \begin{array}{c|c|c|c|c||c|c|c|c|}
 & 1 & 2 & & m & m+1 & m+2 & m+3 & & 2m+1 \\
\hline
 & 0 & 0 & & 0 & 0 & k_1^{33} & 0 & & 0 \\
 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & k_2^{33} & & 0 \\
 & & & & & & & & & \\
 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & & k_m^{33} \\
 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\
\hline\hline
 & k_1^{31} & k_1^{31} & & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\
 & 0 & k_2^{32} & & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\
 & & & & & & & & & \\
 & 0 & 0 & & k_{m-1}^{33} & 0 & 0 & 0 & & 0 \\
 & 0 & 0 & & k_m^{32} & k_m^{33} & 0 & 0 & & 0 \\
\hline
\end{array} \qquad (14)
$$

$$
k_i^{33} = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|}
 & 1 & 2 & & n-1 & n \\
\hline
 & A_{i1}^{k3} & 0 & & 0 & 0 \\
 & 0 & A_{i2}^{k3} & & 0 & 0 \\
 & & & & & \\
 & 0 & 0 & & A_{i(n-1)}^{k3} & 0 \\
 & 0 & 0 & & 0 & A_i^{k4} \\
\hline
\end{array} \qquad (15)
$$

$$
A_{ij}^{k3} = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{vmatrix} \qquad (16)
$$

$$
A_i = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & EI/EA & 0 \\
0 & -EI/EI & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
-EA/EI & 0 & 0 & 0 & & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{vmatrix} \qquad (17)
$$

$$
k_i = \begin{array}{cccc}
1 & 2 & & n \\
\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline
0 & A_1 = & & 0 \\ \hline
0 & 0 & & 0 \\ \hline
 & & & \\ \hline
0 & 0 & & A_{n-1} \\ \hline
0 & 0 & & 0 \\ \hline
\end{array}
\end{array} \qquad (18)
$$

$$
A_i = \begin{vmatrix}
0 & EI\,l/EI & 0 & 0 & -EI/EA & 0 \\
0 & EI/EI & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
EA/EI & 0 & 0 & 0 & & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix} \qquad (19)
$$

$$
k_i = \begin{array}{cccc}
1 & 2 & & n \\
\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline
0 & A_1 & & 0 \\ \hline
0 & 0 & & 0 \\ \hline
 & & & \\ \hline
0 & 0 & & A_{n-1} \\ \hline
0 & 0 & & 0 \\ \hline
\end{array}
\end{array} \qquad (20)
$$

$$
A_i = \begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & EI/EA & 0 \\
0 & -EI/EI & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-EA/EI & 0 & 0 & 0 & & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix} \qquad (21)
$$

В приведенных матрицах приняты следующие обозначения:

- $\boldsymbol{h} = (\boldsymbol{m} - 1)\boldsymbol{n} + \boldsymbol{i}$;
- ***s*** – количество элементов стоек;
- ***m*** – количество пролетов;
- ***n*** – количество этажей.

$\boldsymbol{C}_1$ – матрица обнуляющая столбцы исходной матрицы коэффициентов, номера которых соответствуют номерам нулевых начальных параметров;

$\boldsymbol{C}_2$ – матрица компенсирующих элементов, образующихся при переносе независимых конечных параметров на места нулевых начальных параметров;

$\boldsymbol{C}_3$ – матрица компенсирующих элементов, образующихся при вовлечении независимых конечных параметров в уравнения численно-аналитического варианта метода граничных элементов.

Выводы

На основании изучения закономерностей формирования матриц численно-аналитического варианта МГЭ при расчете многоэтажных многопролетных железобетонных рамных конструкций разработаны предложения по формированию матриц, входящих в разрешающее уравнение, которые позволяют совершенствовать процесс их автоматизации с целью создания методики расчетов при помощи системы компьютерной математики MATLAB.

Литература:

1. Баженов В.А., Коломиец Л.В., Оробей В.Ф. и др. Строительная механика. Специальный курс. Применение метода граничных элементов. – Одесса: Астропринт, 2003. – 288 с.
2. Дащенко А.В., Кирилов В.Х., Коломиец Л.В., Оробей В.Ф. MATLAB в научных и инженерных расчетах – Одесса: Астропринт, 2003 – 216 с.
3. Оробей В.Ф., Ковров А.В. Решение задач статики, динамики и устойчивости стержневых систем. Применение метода граничных элементов. – Одесса, 2004. – 122с.
4. Основы автоматизации формирования матриц метода граничных элементов при статическом расчете плоских рам / А. В. Ковров, Т. С. Цатуров // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Харьков: НАКУ «ХАИ», 2005. – Вып. 27.– С. 160-166.