

ДОСЛІДЖЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ КРАПЛІ ДОЩУ НА ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОВЕРХНІ

Чолак В.Д., студ. гр. А-160

Комлєва Д.В., студ. гр. ПЦБ-372

Наукові керівники – **Калінін О.О.**, к.т.н., доцент, **Думанська В.В.**, к.т.н.
(кафедра Нарисної геометрії та інженерної графіки, Одеська державна академія
будівництва та архітектури)

Анотація. Під час сильних опадів краплі дощу або градини після потрапляння на поверхню навісу, що має циліндричну форму, відбиваються від неї, і далі після подальшого падіння, відбувається удар по поверхні ґрунту. Частки ґрунту при цьому розкидаються в різні сторони, що призводить до його руйнування. Для запобігання цьому необхідно передбачити відвід опадів. В роботі розглянуто задачу по визначенню траєкторії падіння краплі при відбитті від циліндричної поверхні.

Дуже багато геометричних задач виникли з життєдіяльності людини. Однак природні явища також можуть пропонувати нові геометричні задачі. Розв'язування таких задач допомагає загалом покращити навколишнє середовище. Такою цікавою, на наш погляд, геометричною задачею є падіння краплі дощу або градини – замерзлої краплі. Під час падіння крапля здійснює відштовхування від поверхні і тим самим здійснює рівноприскорений рух, який можна описати за допомогою квадратного рівняння. А сама траєкторія падіння являє собою класичну параболу. Оскільки під час польоту на кинуте тіло діє лише сила земного тяжіння, то тіло, кинуте горизонтально рухатиметься з прискоренням вільного падіння g .

Необхідно додати, що кут падіння краплі на поверхню дорівнює куту відбиття (подібно до відбиття). Тому головним акцентом у роботі буде визначення нормалі до поверхні та відповідно кута «альфа» в нашому рівнянні. У цій роботі розглянемо навіс, який виконаний у вигляді горизонтального циліндра. Алгоритм вирішення завдання наступний:

1) Вимірюємо навіс з фотографії, всі розміри переводимо в дійсні і знаходимо радіус кола за формулою:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad (1)$$

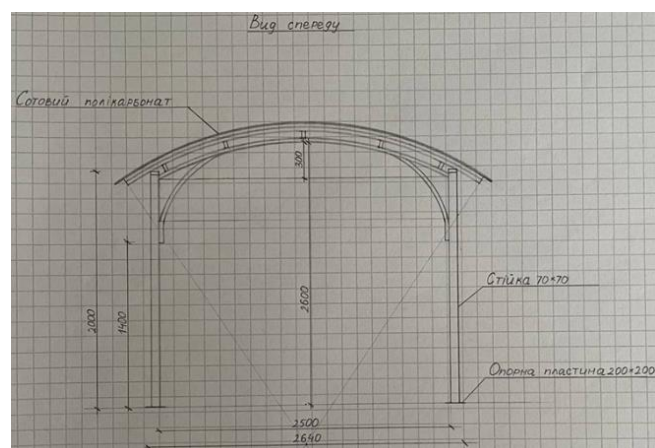


Рис. 1. Зображення та схема навісу, що досліджується

Для обчислення параметрів кола скористаємося он-лайн калькулятором, рис. 2 [1].

вкажіть точку A (X,Y):

-1320 2000

вкажіть точку B (X,Y):

0 2621

вкажіть точку C (X,Y):

1320 2000

Обчислити

Точка, крапка центру:

0,907.60145

Радіус:

1713.4

Рівняння кола:

$(x - 0)^2 + (y - 908)^2 = 17$

Рис. 2. Визначення рівняння кола

2) Знаходимо тангенс кута нахилу нормалі до поверхні та часткові похідні. Припускаючи, що дощові краплі падають на поверхню за кутом 25° до вертикалі, визначаємо кут падіння та відбиття.

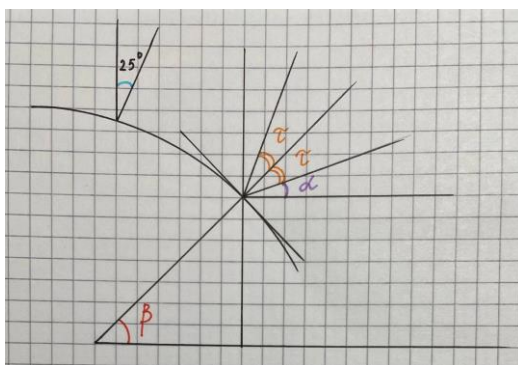


Рис. 3. Графічне визначення кутів альфа та бета

Кут нахилу дотичної до поверхні:

$$y' x = -\frac{F' x}{F' y} \quad (2)$$

Кут нахилу нормалі до поверхні:

$$\tan \beta = -\frac{1}{y' x} = \frac{F' y}{F' x} \quad (3)$$

$$F' x = 2x$$

$$F' y = 2(y - 908)$$

В результаті розрахунків отримуємо:

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \frac{2(y-908)}{2x} = \frac{2(2000-908)}{2 \cdot 1320} = 0.83 \\ &\Rightarrow \arctan \beta = 39^\circ \end{aligned}$$

Кут падіння і відбиття:

$$\tau = 90^\circ - 39^\circ - 25^\circ = 26^\circ$$

Кут альфа:

$$\alpha = 90^\circ - 25^\circ - 2 \cdot 26^\circ = 13^\circ$$

3) Знаходимо криві другого порядку. Задаємо змінну x і відповідно h_0 та підставляємо в формулу:

$$y = h_0 + x \tan \beta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos \alpha} \quad (4)$$

Швидкість краплі дощу під час падіння дорівнює 9.8 м/с, припустимо, що вона зменшується до 1 м/с, 2 м/с і 3 м/с. З допомогою онлайн калькулятора [2] отримуємо графік параболи.

$$\begin{aligned} g &= 9.8 \text{ м/с}^2 \\ h_0 &= 1.895 \\ \cos \alpha &= 13^\circ \\ \tan \beta &= 39^\circ \\ v &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 1.895 + 1 \cdot 0.83 - \frac{9.8x^2}{2 \cdot 0.97^2} \\ y &= 1.895 + 0.83x - 5.2x^2 \end{aligned}$$

За розрахунками формули можемо отримати графік квадратної функції (рис. 4).

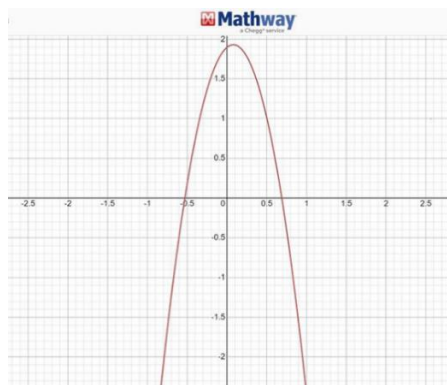


Рис. 4. Графік квадратної функції

$$v = 2$$

$$\begin{aligned} y &= 1.895 + 2 \cdot 0.83 - \frac{9.8x^2}{2 \cdot 0.97^2} \\ y &= 1.895 + 1.66x - 5.2x^2 \end{aligned}$$

За розрахунками формули можемо отримати графік квадратної функції (рис. 5).

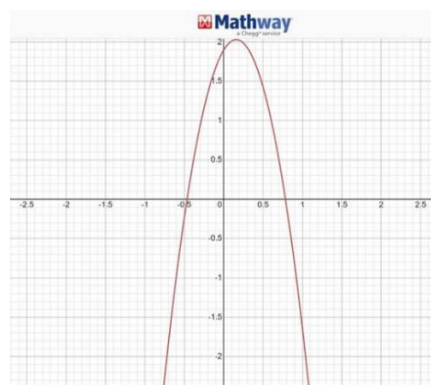


Рис. 5. Графік квадратної функції

$$v = 3$$

$$\begin{aligned} y &= 1.895 + 3 \cdot 0.83 - \frac{9.8x^2}{2 \cdot 0.97^2} \\ y &= 1.895 + 2.49x - 5.2x^2 \end{aligned}$$

За розрахунками формули можемо отримати графік квадратної функції (рис. 6).

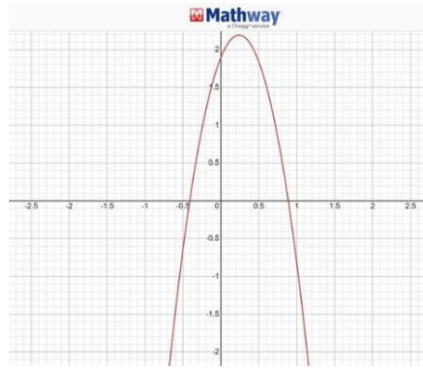


Рис. 6. Графік квадратної функції

4) Поєднуємо отримані параболи і схему навісу (рис. 7):

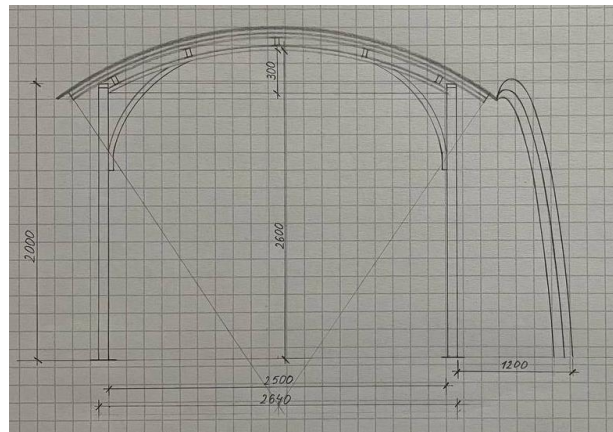


Рис. 7. Схема навісу та траєкторій падіння крапель дощу відбитих від наданої циліндричної поверхні

Висновки та результати:

1) Виконаний розрахунок траєкторії відбиття краплі дощу від навісу, що має циліндричну поверхню із заданими параметрами на горизонтальну площину (поверхню ґрунту). Під час рясного дощу можливий розлив і вимивання, наприклад, такого ґрунту, як чорнозем. Тому в таких випадках необхідно враховувати і передбачати можливість відведення цих опадів, що виключають розмив ґрунту.

2) Знаючи кінцеву траєкторію падіння дощу, можна передбачити захід зі збору цієї дощової води з метою використання її в господарських цілях.

3) Під час влаштування водовідведення дощової води з дахів за допомогою лотків слід враховувати їхню ширину, щоб вода, яка відбилася від поверхні під час падіння, уловлювалася лотком.

Література:

1. Рівняння кола онлайн калькулятор. URL: <https://calcok.com/uk/science-and-learning/145.php>
2. Побудова графіків. URL: <https://www.mathway.com/ru/Graph>