УДК 621.221

О РАСЧЕТЕ ПОТЕРЬ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗОВ В КАНАЛАХ

Домнина Е.В. *(Одесская государственная академия строительства и архитектуры)*

Приведены методики расчета потерь давления при движении газов в каналах различной формы. Для каналов с постоянной площадью поперечного сечения интегрированием дифференциального уравнения движения получено аналитическое решение, а для каналов с переменной формой использованы численные методы расчета.

В источниках [1,2] уравнение сохранения энергии при неизоэнтропном адиабатном движении газов в трубопроводах используется в форме

$$\frac{k}{k-1}RT_1+\frac{v_1^2}{2}=\frac{k}{k-1}RT_2+\frac{v_2^2}{2}+g\,h_{пот},$$

где: k – показатель адиабаты; R – газовая постоянная; T – температура; v – скорость; g – ускорение свободного падения; $h_{пот}$ – потери напора на трение.

Однако, введение в правую часть члена, специально учитывающего потери энергии, нарушает первый закон термодинамики, уравнение которого имеет одинаковый вид как для изоэнтропного (без трения), так и для неизоэнтропного (с трением) адиабатного течения без совершения работы

$$i_1+\frac{v_1^2}{2}=i_2+\frac{v_2^2}{2},$$

где: i – энтальпия,

или для идеального в термодинамическом смысле газа

$$\frac{k}{k-1}RT_1+\frac{v_1^2}{2}=\frac{k}{k-1}RT_2+\frac{v_2^2}{2},$$

т.е. потери энергии уже учтены в структуре этого уравнения.

Корректное описание течения вязкого газа может быть выполнено на основе дифференциального уравнения движения Эйлера, содержащего удельные силы трения

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}-\frac{\lambda}{D}\frac{v^2}{2}=v\frac{dv}{dx},$$

где: ρ – плотность газа; p – давление; x – расстояние; λ – коэффициент сопротивления по длине; D – диаметр трубопровода.

После преобразований с использованием уравнения Менделеева-Клапейрона получим

$$\frac{dp}{p}=-\frac{\lambda}{2D}\frac{v^2}{RT}dx-\frac{v^2}{RT}\frac{dv}{v}$$

В трубопроводах с постоянной площадью поперечного сечения параметры потока связаны дифференциальным уравнением неразрывности

$$\frac{dp}{p}=\frac{dT}{T}-\frac{dv}{v}$$

Имея в виду, что

$$\frac{v^2}{RT}=\frac{kv^2}{kRT}=\frac{kv^2}{c^2}=kM^2,$$

$$\frac{dv}{v}=\frac{dM}{M}+\frac{1}{2}\frac{dT}{T},$$

где: c – скорость звука; M – число Маха,

после подстановок найдем:

$$\frac{dT}{T}=-\frac{2}{1+kM^2}\left[\frac{\lambda}{2D}kM^2-\left(1-kM^2\right)\frac{dM}{M}\right]$$

Из приведенного выше уравнения энергетического баланса адіабатного процесса следует

$$\frac{dT}{T}=-\frac{(k-1)M^2}{1+\frac{k-1}{2}M^2}\frac{dM}{M}$$

С учетом этого

$$\frac{1-M^2}{1+\frac{k-1}{2}M^2}\frac{dM}{M}=\frac{\lambda}{2D}kM^2dx$$

Интегрирование в предположении, что коэффициент сопротивления по длине постоянен, дает уравнение, решением которого является значение числа Маха на выходе трубопровода длиной L

$$\frac{2D}{k\lambda}\left|\frac{k+1}{4}\ln\frac{1+\frac{k-1}{2}M^2}{M^2}-\frac{1}{2M^2}\right|_{M_1}^{M_2}=L$$

Температуру и давление в этом сечении определяют по формулам

$$T_2=T_1\frac{1+\frac{k-1}{2}M_1^2}{1+\frac{k-1}{2}M_2^2};\qquad p_2=p_1\frac{M_1}{M_2}\cdot\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

Критическая длина, на которой достигается скорость звука, равна

$$L_{кр} = \frac{2D}{k\lambda}\left[\frac{1-M_1^2}{2M_1^2} - \frac{k+1}{4}\ln\frac{2+(k-1)M_1^2}{(k+1)M_1^2}\right]$$

В качестве примера определим потери давления при адиабатном течении воздуха в пневмолинии диаметром $D1$=0,01м и длиной L=20 м, если расход составляет G =0,189 кг/с, температура и давление на входе $T1$=300К, $p1$=0,6 МПа. Эквивалентную шероховатость трубопровода примем равной Δ=0,01мм.

На входе плотность и скорость воздуха, скорость звука, число Маха и число Рейнольдса равны

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R_{T_1}} = 6{,}92 кг/м^3; \quad v_1 = \frac{G}{\rho_1 \cdot 0{,}785 D_1^2} = 34{,}8 м/с;$$

$$a_1 = \sqrt{kR_{T_1}} = 348{,}4 м/с; \qquad M_1 = \frac{v_1}{a_1} = 0{,}1;$$

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{v_1 D_1 \rho_1}{\mu_1} = 2{,}18 \cdot 10^5$$

Коэффициент сопротивления по длине по условиям на входе

$$\lambda_1 = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{D_1} + \frac{68}{\mathrm{Re}_1}\right)^{0,25} = 0{,}028$$

Число Маха на выходе, определенное методом последовательных приближений

$$M_2 = 0{,}225$$

Остальные параметры на выходе

$$T_2 = 297{,}6K; \; a_2 = 347 м/с; \; v_2 = 78{,}1 м/с; \; \mathrm{Re}_2 = 4{,}88 \cdot 10^4;$$
$$\lambda_2 = 0{,}024$$

Уточненные результаты расчетов по среднему значению $\lambda ср$=0,026:

$$M_2 = 0{,}198; \quad T_2 = 298{,}3K; \quad a_2 = 347{,}4 м/с; \quad v_2 = 68{,}8 м/с;$$

Сопротивление пневмолинии

$$\Delta p = 0{,}298 \text{ МПа}$$

Часто встречающейся задачей является определение пропускной способности трубопроводов заданных размеров при наполнении и опорожнении емкостей по заданным значения давления на концах и температуры на входе. Решается она в следующей последовательности:

- по температуре, давлению и начальной оценке числа Маха на входе находится скорость звука, скорость потока и по уравнению состояния плотность газа;
- по уравнению неразрывности рассчитывается расход газа по условиям на входе;
- по приведенным выше соотношениям определяются число Маха, температура, скорость звука и скорость потока на выходе;
- по полученной температуре, заданному давлению и уравнению состояния находится плотность газа на выходе;
- рассчитывается расход газа по условиям на выходе;
- подгонкой числа Маха на входе выравниваются значения расходов на концах трубопровода.

При течении газов в каналах с переменной площадью поперечного сечения, в том числе в соплах, уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} - \frac{dv}{v} - \frac{d\omega}{\omega}$$

Изменение числа Маха по длине в этом случае описывается дифференциальным уравнением,

$$\frac{1 - M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \frac{dM}{M} = \frac{\lambda}{2D} k M^2 dx - \frac{d\omega}{\omega},$$

дополнительно содержащим функцию *ω(x)*, которая характеризует форму канала и может иметь самый разный вид, в том числе не позволяющий провести непосредственное интегрирование. В такой ситуации, а также при необходимости учета изменения коэффициента сопротивления по длине, приходится прибегать к конечно-разностным методам расчета течения.

После выбора шага разбиения канала на участки Δx параметры на выходе каждого из них определяют по соотношениям

$$M_{i+1} = M_i \left[1 + \frac{1}{1 - M_i^2} \left(\frac{\lambda_i}{D_{i+1} + D_i} k M_i^2 \Delta x_i - \frac{2\Delta \omega_i}{\omega_{i+1} + \omega_i} \right) \left(1 + \frac{k-1}{2} M_i^2 \right) \right]$$

$$T_{i+1} = T_i \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_i^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_{i+1}^2}; \quad a_{i+1} = \sqrt{k R T_{i+1}}; \quad v_{i+1} = (M_{i+1})(a_{i+1})$$

$$p_{i+1} = p_i \left(\left. 1 - \frac{\lambda_i}{D_{i+1} + D_i} k \left(\frac{M_{i+1} + M_i}{2} \right)^2 \Delta x_i - k \frac{M_{i+1} + M_i}{2} (M_{i+1} - M_i) \right/ \left(1 + \frac{k-1}{2} \left(\frac{M_{i+1} + M_i}{2} \right)^2 \right) \right)$$

В качестве примера определим длину сопла с экспоненциальным профилем, диаметр на выходе, скорость и противодавление, соответствующие критическому режиму истечения воздуха, если на входе диаметр равен $D1$=30мм, давление $p1$=0,6МПа, температура $T1$=300К, скорость $v1$=35м/с. Коэффициент сопротивления по длине примем постоянным и равным λ=0,025.

Пусть профиль сопла описывается уравнением

$$D = D_1 \exp(-0{,}061 x),$$

где: x – расстояние от входа в сопло.

Относительное изменение поперечного сечения сопла

$$\frac{2\Delta \omega i}{\omega i+1^{+}\omega i}=2\frac{\exp(-0{,}122\Delta x)-1}{\exp(-0{,}122\Delta x)+1}$$

Скорость звука на входе

$$a_1=\sqrt{kR_{T_1}}=347{,}2 м/с$$

Число Маха на входе

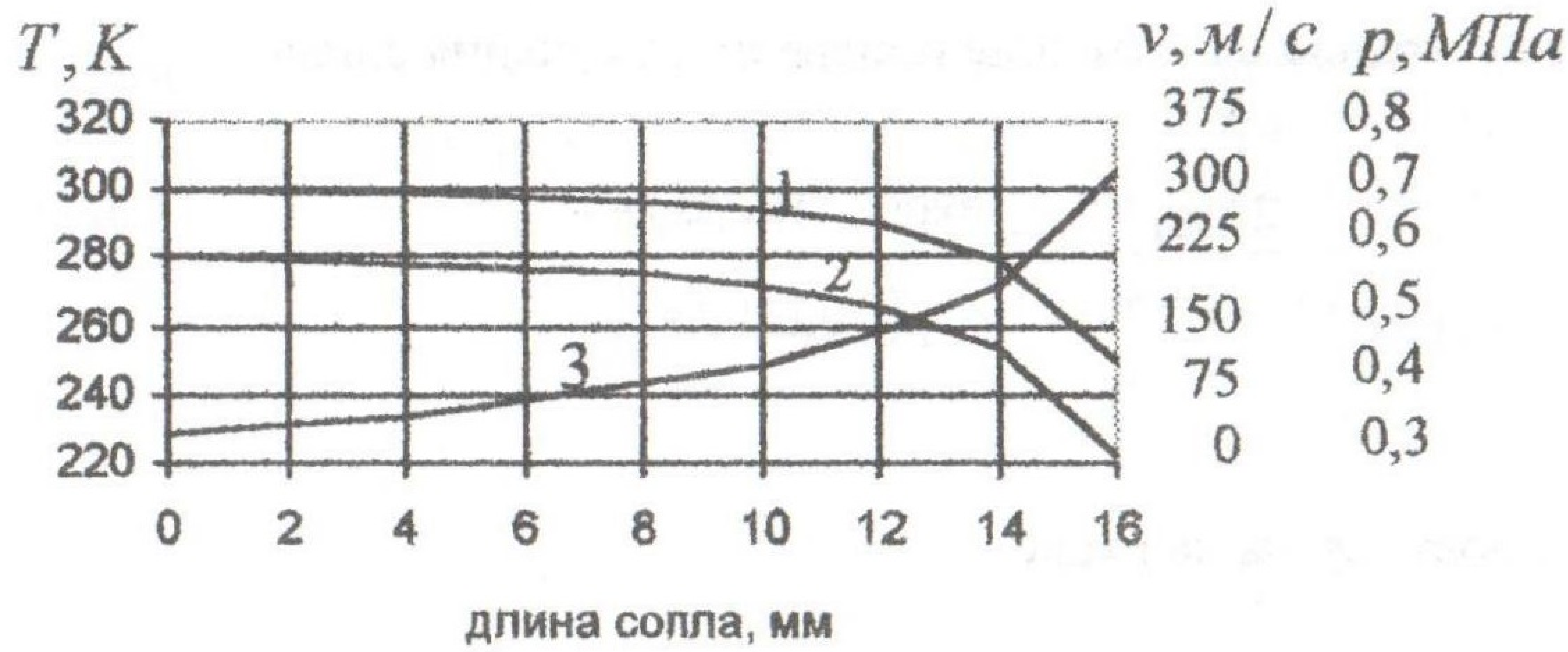
$$M_1=\frac{v_1}{a_1}=0{,}1008$$

В связи с тем, что интенсивность изменения параметров потока нарастает в направлении выходного сечения сопла, шаг *Δxi* для получения приемлемой точности необходимо уменьшать, например, таким образом

$$\Delta x_i=\Delta_{x_н}\exp(-\varepsilon x),$$

При проведении расчетов начальный шаг принят равным *Δxн*=3мм,

а параметр, регулирующий темп дробления шага, ε =0,155. Полученные данные представлены на рисунке. Критический режим истечения устанавливается в сопле длиной 15,8мм с диаметром на выходе 11,4мм при противодавлении 0,313 МПа. Скорость истечения составляет 317,3 м/с.



Изменение параметров потока по длине
(1- температура; 2- давление; 3 – скорость)

Вывод

Описанный аналитический метод расчета движения газов в каналах с постоянной площадью поперечного сечения, базирующийся на использовании фундаментальных уравнений газодинамики и термодинамики, позволяет избежать ошибок при определении потерь давления, а предлагаемый численный метод дает возможность провести расчеты течения и в каналах с переменной площадью поперечного сечения.

Литература

1. Кострюков В.А. Основы гидравлики и аэродинамики, М. Высшая школа, 1975
2. Альтшуль А.Д., Киселев П.Г. Гидравлика и аэродинамика, М. Стройиздат, 1975