

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ МАТЕРИАЛА НА ЧАСТОТУ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Кобринец В.М., Заволока Ю.В. (Одесская государственная академия
строительства и архитектуры, г. Одесса)

Рассмотрено влияние конструктивной, технологической и наведенной неоднородности на частоту свободных колебаний железобетонных элементов. Даны рекомендации по их учету.

При расчете конструкций на динамические воздействия важно знать не только величину собственных частот, но и возможное их изменение в зависимости от конструктивных, эксплуатационных и других факторов. Для этого будем рассматривать влияние каждого типа неоднородности в отдельности.

Конструктивная неоднородность в бетоне появляется за счет введения другого материала – арматуры в бетон. Расчетная схема одноэтажного промышленного здания представляет собой систему с одной динамической степенью свободы. Армирование колонн принимается симметричное. Частоту свободных колебаний запишем с учетом арматуры

$$\omega^* = \sqrt{\frac{f_k(\alpha_s \mu_s)}{\delta m}} = \omega_0 \sqrt{f_k(\alpha_s \mu_s)} = \omega_0 f_k^* \quad (1)$$

Принятые обозначения:

ω_0 – частота бетонной колонны;

f_k^* – функция конструктивной неоднородности, которая учитывает наличие арматуры и ее свойства;

$$f_k^* = \sqrt{1 + 3\alpha_s \mu_{s.1} \left(1 + \frac{2a_s}{h}\right)}, \quad (2)$$

где: h – сторона колонны квадратного сечения,

ω_0 – количество стержней,

здесь и далее будем считать, как для линейных систем, что собственная частота совпадает с частотой собственных колебаний.

Интерес представляет величина μ_s , при которой ω^* будет отличаться от ω_0 не более чем на 5%. Запишем условие

$$0.95 \leq \frac{\omega^*}{\omega_0} \leq 1.05, \quad (3)$$

откуда следует

$$\mu_s^{\min} = \frac{0.03417}{\alpha_s \left(1 - \frac{2a}{h}\right)}, \quad (4)$$

При выводе формулы (4) было использовано правое неравенство формулы (3). Левое неравенство не может быть выполнено, если применяется стальная арматура при эксплуатации конструкции в нормальных условиях. Другое дело, если в качестве арматуры будет применяться другой материал.

В таблице 1 приведены значения μ_s^{\min} для колонны сечением 40×40 см, $a = 4$ см.

Таблица 1. Значения μ_s^{\min} для разных классов бетона

Класс бетона	B12,5	B15	B20	B25	B35	B40	B50	B55
α_s	9,52	8,69	7,4	6,15	5,8	5,56	5,13	5,06
μ_s^{\min}	0,0056	0,006	0,007	0,0087	0,0092	0,0096	0,0104	0,0105

В практике для внецентренно сжатых стержней насыщение арматуры может достигать 1,2-3%. Поэтому при определении частоты свободных колебаний необходимо учитывать и арматуру. Исключение составляют конструктивно армируемые стержни, когда μ_s принимают 0,05-0,25%. Если арматура, по каким-то соображениям будет располагаться не на периферии сечения, а ближе к центру – в этом случае ее можно не учитывать.

При изготовлении и твердении бетонных конструкций может произойти расслоение бетонной смеси. Прочностные и деформативные свойства слоев разные. Материал приобретает технологическую неоднородность. Наиболее сильно это прослеживается в центрифугированных колоннах. Наружный щебеночно-цементно-песчаный слой самый прочный. Его объем достигает 68 – 80% от общего объема изделия. Второй цементно-песчаный менее прочный. Его объем составляет 16-

22%. Третий – цементный. Он самый тонкий – 6-10% от объема, и самый слабый. Еще есть четвертый слой из шлама. В расчетах он не учитывается [1]. Неоднородность в результате расслоения бетонной смеси называют структурной и текстурной. Прочность по слоям отличается более существенно, чем модули упругости. По сравнению с наружным слоем прочность остальных снижается до 89-60%, модуль упругости до 95-87%. Функция технологической неоднородности кольцевого сечения зависит от размера и модуля упругости слоев. Запишем функцию технологической неоднородности, как и предыдущем случае, в виде сомножителя к осевому моменту инерции однородного сечения

$$I^* = I_0 \cdot f_T(R_i, \alpha_i), \quad (5)$$

$$f_T(R_i, \alpha_i) = \frac{1}{9(R^2 + r^2)} \{ \mu_1 \alpha_1 [(R - R_2)^2 \cdot (1 + 2R \cdot R_2 / (R + R_2)^2) + 36(R_{o3} - R_{но})^2] + \mu_2 \alpha_2 [(R_2 - R_1)^2 \cdot (1 + 2R_1 R_2 / (R_1 + R_2)^2) + 36(R_{o2} - R_{но})^2] + \mu_3 \alpha_3 [(R_1 - R)^2 \cdot (1 + 2R_1 r / (R_1 + r)^2) + 36(R_{но} - R_{o1})^2] \} \quad (6)$$

Обозначения:

R, r – наружный и внутренний радиусы кольца;

R_{o1}, R_{o2}, R_{o3} – радиусы середины слоев,

$\alpha_i = E_i / E_0, i = 1, 2, 3$

$R_{но}$ – радиус нейтральной поверхности

$$R_{но} = \frac{2}{3} \pi E_0 \left[\alpha_1 (R_3^3 - R_2^3) + \alpha_2 (R_2^3 - R_1^3) + \alpha_3 (R_1^3 - r^3) \right]. \quad (7)$$

Здесь арматура не учитывается преднамеренно.

В качестве примера рассмотрим колонну из бетона класса B20, $E_0 = 27 \cdot 10^3$ МПа. Наружный и внутренний радиусы $R = 600$ мм, $r = 480$ мм. Наружные радиусы слоев $R_3 = 600$ мм, $R_2 = 540$ мм, $R_1 = 500$ мм. Геометрический радиус нейтральной поверхности $R_{но}^2 = 542.2$ мм, физический радиус $R_{но}^\phi = 547,15$ мм, $\alpha_1 = 0.85$, $\alpha_2 = 0.95$, $\alpha_3 = 1.15$. При этих параметрах слоев сечения функция технологической неоднородности составляет

$$f_T(R_i, \alpha_i) = 1.07132; \quad f_T^*(R_i, \alpha_i) = \sqrt{f_T(R_i, \alpha_i)} = 1.03505.$$

По результатам вычислений видно, что технологическую неоднородность этого вида можно не учитывать. Технологическая неоднородность появляется в результате неравномерного высыхания наружного и внутренних слоев. До загрузки модуль упругости в наружном слое составляет 65% от ядра. Но при $\sigma = 15$ МПа этот же модуль составляет 83%. Толщина наружного интенсивно высыхающего слоя незначительна. При вибрировании конструкций в горизонтальном положении крупный заполнитель смещается вниз, под зернами крупного заполнителя образуются водные блюдца-пластинки. После высыхания в этих местах появляются дефекты [2]. Такая неоднородность вызывает снижение модуля упругости, появление дефектов, но к существенному изменению частоты собственных колебаний не приводит. Поэтому ее можно не учитывать.

Теперь рассмотрим влияние окружающей среды. В этом случае в процессе длительной эксплуатации может появиться наведенная (или наследственная) неоднородность. Исследование выполним на примере бетонного прямоугольного сечения при жестком, симметричном воздействии внешней среды (Рис. 1).

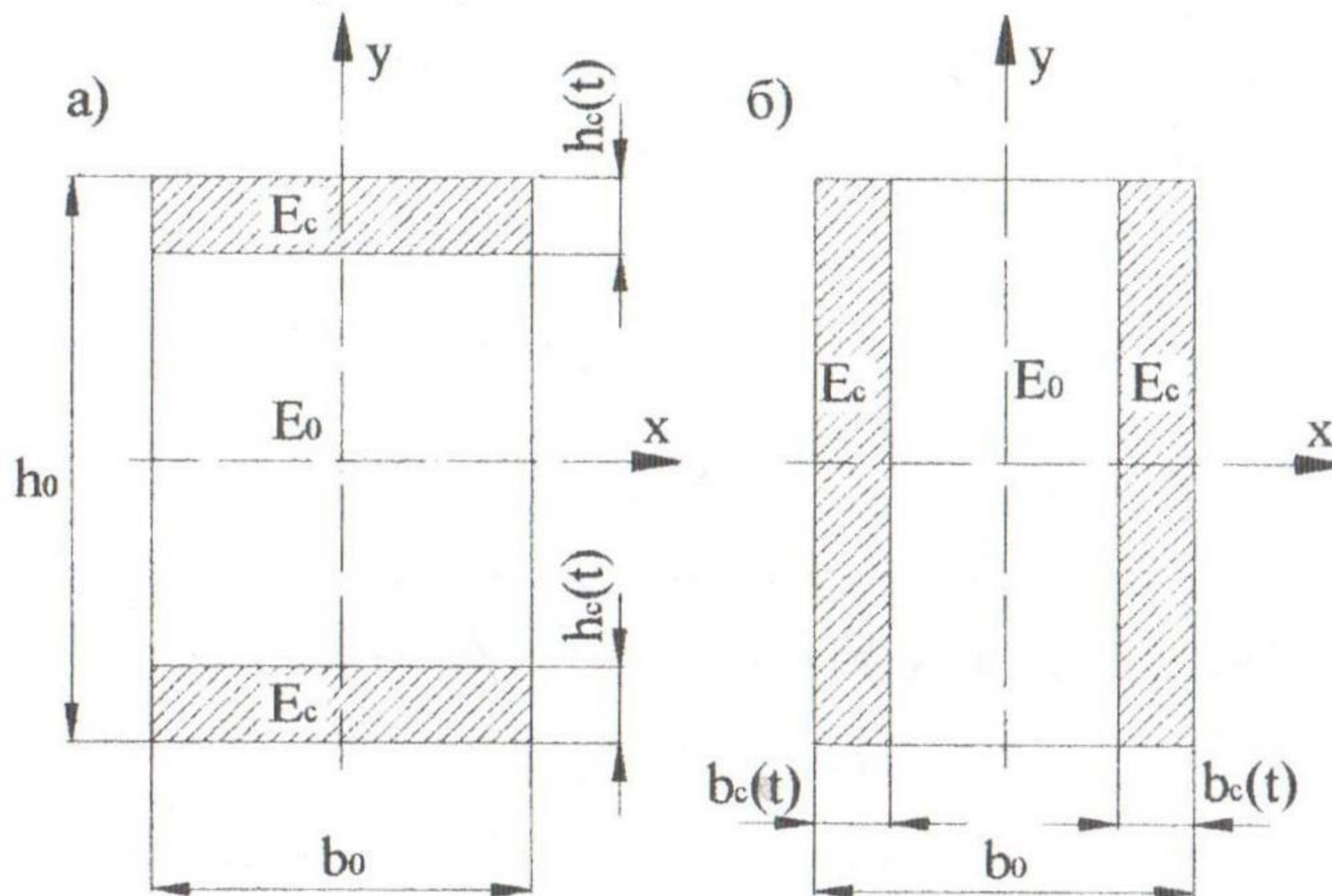


Рис. 1 Проникновение фронта воздействия окружающей среды со стороны: а) оси y ; б) оси x .

$h_c(t)$, $b_c(t)$ – глубина проникновения фронта внешней среды.

E_c – модуль упругости в зоне воздействия.

Функция влияния окружающей среды определяется как множитель к моменту инерции однородного сечения относительно оси X . По схеме а)

$$f_c(\alpha_c, \mu_c) = (1 - 2\mu_c)^3 + 2\alpha_c\mu_c[\mu_c^2 + 3(1 - \mu_c)^2], \quad (8)$$

обозначения

$$\alpha_c = E_{b,c}/E_{b,0}; \quad \mu_c = h_c(t)/h,$$

По схеме б)

$$f_c(\alpha_c, \mu_c) = 1 - 2\mu_c(1 - \alpha_c); \quad f_c^*(\alpha_c, \mu_c) = \sqrt{f_c(\alpha_c, \mu_c)}, \quad (9)$$

где $\mu_c = b_c(t)/b_0$.

В таблице 2 приведены вычисления функций f_c и f_c^* вычисленные при агрессивном и благоприятном воздействии внешней среды.

Таблица 2. значения f_c и f_c^* .

	f_c/f_c^* по (8)						f_c/f_c^* по (9)					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	1	0,51	0,22	0,06	0,008	0,0	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0
	1	0,72	0,47	0,25	0,089	0,0	1	0,89	0,78	0,63	0,45	0
0,5	1	0,76	0,61	0,53	0,504	0,5	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
	1	0,87	0,78	0,73	0,71	0,707	1	0,945	0,89	0,83	0,78	0,707
1,0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,5	1	1,24	1,39	1,47	1,496	1,50	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
	1	1,16	1,18	1,21	1,223	1,225	1	1,049	1,095	1,14	1,18	1,22
2,0	1	1,49	1,78	1,94	1,992	2,00	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
	1	1,22	1,34	1,39	1,411	1,414	1	1,095	1,18	1,27	1,34	1,414

Из таблицы 2 видно, что и агрессивное и благоприятное воздействие окружающей среды может вызывать значительное изменение частоты свободных колебаний. При агрессивном – частота уходит влево, при благоприятном – вправо.

Определим условия, когда влияние среды можно не учитывать. Для воздействия по схеме б)

$$0.9025 \leq [1 - 2\mu_c(1 - \alpha_c)] \leq 1.1025, \quad (10)$$

получим значение μ_c от α_c

$$\mu_c = \frac{0.04875}{1 - \alpha_c}, \quad \alpha_c < 1, \quad (11)$$

$$\mu_c = \frac{0.05125}{\alpha_c - 1}, \alpha_c > 1, \quad (12)$$

и значение α_c от μ_s

$$\alpha_c = 1 - \frac{0.04875}{\mu_c}, \quad (13)$$

$$\alpha_c = 1 + \frac{0.05125}{\mu_c}. \quad (14)$$

На рис. 2 построены графики каким должно быть α_c при заданном значении μ_c , чтобы частота колебаний изменилась не более чем на 5%. При таких значениях α_c влияние окружающей среды можно не учитывать.

В заключение определим влияние ползучести материала на собственную частоту. Следует заметить, что речь не идет о расчете на виброползучесть. Это другая задача. Дать оценку влияния ползучести можно с применением длительного модуля по теории упругой наследственности [3]. По схеме б) (Рис. 1) функция влияния ползучести на частоту свободных колебаний зависит от глубины проникновения фронта окружающей среды и характеристик ползучести слоев

$$f_{II}^*(\alpha_c, \varphi_b, \varphi_{b.c}) = \sqrt{\frac{2\mu_c(\infty)\alpha_c(\tau_1)}{1 + \varphi_{b.c}(\tau_1, \infty)} + \frac{1 - 2\mu_c(\infty)}{1 + \varphi_b(\tau_1, \infty)}}, \quad (15)$$

здесь

$\varphi_b(\tau_1, \infty)$ – характеристика ползучести зоны сечения бетона, куда воздействие окружающей среды не проникло

$$\varphi_b(\tau_1, \infty) = E_{b.o}(\tau_1) \cdot C_b(\tau_1, \infty); \quad (16)$$

$\varphi_{b.c}(\tau_1, \infty)$ – характеристика ползучести зоны воздействия бетона

$$\varphi_{b.c}(\tau_1, \infty) = E_{b.c}(\tau_1) \cdot C_{b.c}(\tau_1, \infty). \quad (17)$$

При неограниченном воздействии фронт влияния среды пройдет через все сечение $\mu_c(\infty) = 0.5$. Материал снова станет однородным, но с другими свойствами. В этом случае $f_{II}^*(\varphi_b)$ имеет вид

$$f_{\Pi}^*(\varphi_b) = \sqrt{\frac{1}{1 + \varphi_b(\tau_1, \infty)}} \quad (18)$$

Эта формула справедлива и для случая, когда воздействие не началось.

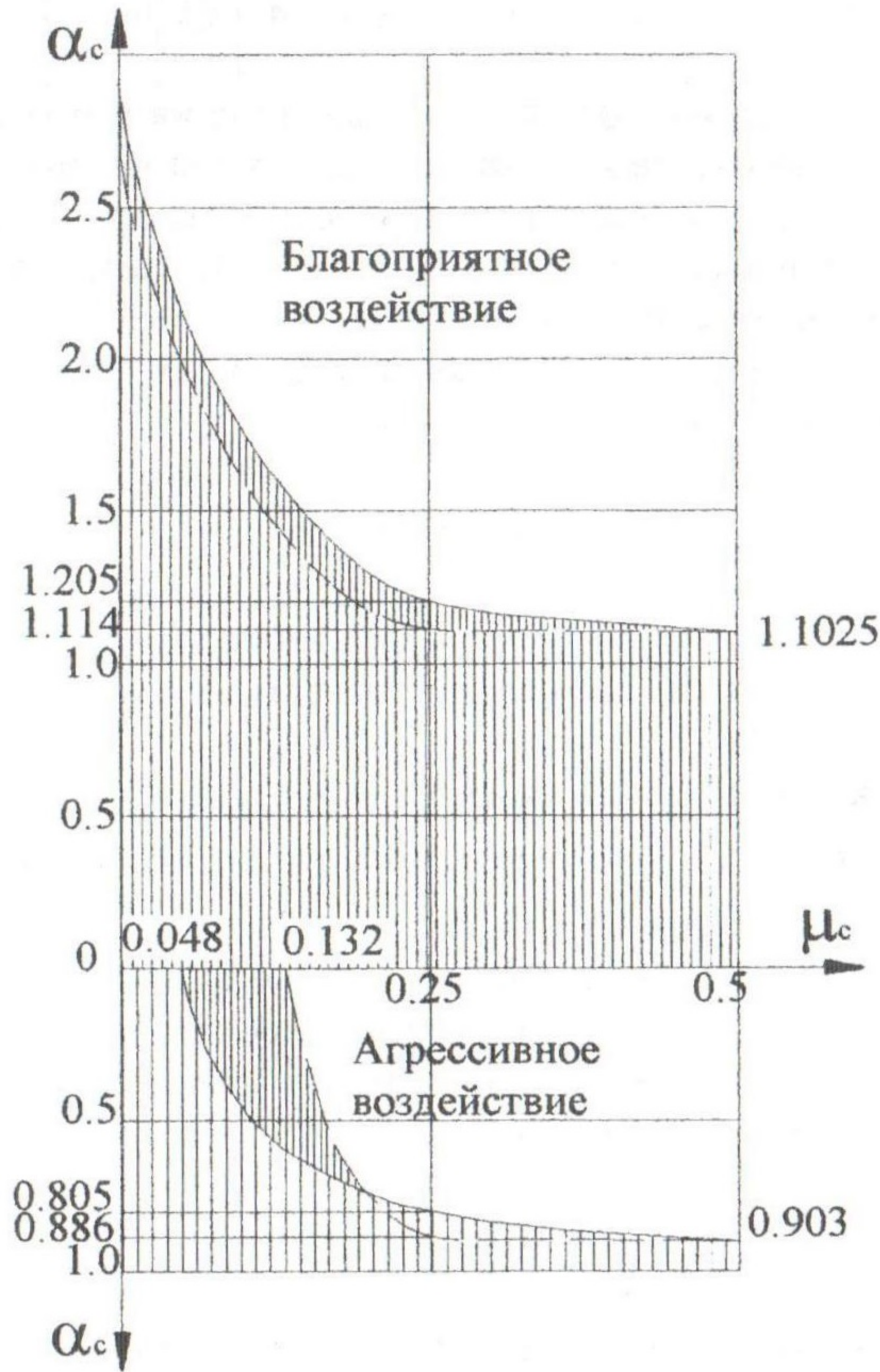


Рис. 2 Влияние благоприятного и агрессивного воздействия, которое вызывает изменение ω^* не более чем на 5%

— — — — —	по схеме а)
—————	по схеме б)

Значения $f_{II}^*(\varphi_b)$ представлены в таблице 3.

Таблица 3. Значения $f_{II}^*(\varphi_b)$ в зависимости от $\varphi_b(\tau_1, \infty)$

$\varphi(28, \infty)$	0,1	0,5	1,0	1,5	1,89	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
f_{II}^*	0,93	0,82	0,71	0,631	0,59	0,58	0,53	0,5	0,47	0,45	0,43

Ползучесть бетона оказывает заметное влияние на частоту свободных колебаний. Но бетонные колонны без арматуры не применяются, поэтому необходимо рассмотреть совместное влияние различных факторов. Если рассматривается влияние окружающей среды нужно проследить, как изменится собственная частота по мере продвижения фронта воздействия, т.е. с учетом временного фактора. Тоже относится и по учету влияния ползучести.

Выводы

1. При определении собственной частоты необходимо учитывать наличие арматуры, влияние окружающей среды, ползучесть материала.
2. Влияние окружающей среды можно не учитывать, если зона проникновения $\mu_s(t)$ и степень агрессивности α_s не превышают определенных значений (Рис.2).
3. Длительные процессы связанные с приложением нагрузки, условиями эксплуатации, ползучестью, накоплением повреждений и трещинообразованием требует дальнейшего комплексного подхода к исследованию данного вопроса.

Литература

1. Кудзис А.П. Железобетонные конструкции кольцевого сечения. – Вильнюс; Издательство «МИНТИС», 1975. – 224с.
2. Карапетян К.С., Карапетян К.А. Прочность и деформативность различных зон сечения бетонного цилиндра при сжатии// Известия АН Армянской ССР, Механика – 1982. т35, №4. – с. 56-65.
3. Прокопович И.Е. Основы прикладной линейной теории ползучести. – К.; «Вища школа», 1978. – 143с.